

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการพัฒนาความสามารถด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้เล่นและเรียนคณิตศาสตร์(Play and Learn : 1P4Rs) สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านโจะโหวะ ผู้วิจัยได้นำเสนอเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามลำดับ ดังนี้

1. เอกสารที่เกี่ยวกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
 - 1.1 ความหมายของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
 - 1.2 ความสำคัญของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
 - 1.3 ประเภทของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
 - 1.4 แนวทางการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
 - 1.5 การวัดและประเมินผลทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. เอกสารที่เกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้กับการสอนคณิตศาสตร์
3. เอกสารที่เกี่ยวกับการจัดกระบวนการเรียนการสอนสาระคณิตศาสตร์
4. เอกสารเกี่ยวกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 5.1 งานวิจัยที่เกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
 - 5.2 งานวิจัยที่เกี่ยวกับ วิธีการสอน รูปแบบการจัดกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์
6. กรอบแนวคิดในการพัฒนา

เอกสารที่เกี่ยวกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ พิมพ์พร ไชยฤกษ์ (2552: 65) ได้สรุปทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คือ การดำเนินงานตามขั้นตอนตามความสามารถของผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ จากการปฏิบัติหรือการฝึกฝน และกระทำต่อเนื่องกันไปเพื่อให้เกิดผลอย่างใดอย่างหนึ่งซึ่งประกอบไปด้วยความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ รวมทั้งการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ตลอดจนการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544 : 207) ได้ให้ความหมายของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความรู้ ความสามารถของผู้เรียนในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และการมีความคิดสร้างสรรค์

กรมวิชาการ (2544 : 15-16) ให้ความหมายไว้ว่า ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นแนวทางดำเนินการเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่มีขั้นตอน ซึ่งวางไว้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนตั้งแต่ต้นจนจบ และบรรลุวัตถุประสงค์ที่วางไว้

เริงชัย จงพิพัฒนสุข (2543: 52) ได้ให้ความหมายว่า ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นการทำได้ ปฏิบัติได้ ตามความรู้ที่สมองบันทึกไว้ จากการปฏิบัติหรือการฝึกฝนและกระทำต่อเนื่องกันไป เพื่อให้เกิดผลอย่างใดอย่างหนึ่ง เช่น การคิดอย่างสร้างสรรค์ การแก้ปัญหา คิดหาเหตุผล เป็นต้น

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542 : 11) ให้ความหมายว่า ทักษะกระบวนการไม่ใช่วิธีการสอน ไม่ใช่วิธีการเรียน ไม่ใช่ขั้นตอนการเรียน แต่เป็นกระบวนการปฏิบัติ หรือกระบวนการทำงานที่ครบวงจร ตั้งแต่เริ่มแรกจนแล้วเสร็จ

สงบ ลักษณะ (2533 : 27-29, อ่างใน พิมพ์พร ไชยฤกษ์ (2552: 66) ให้ความหมายว่า ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นการดำเนินการที่เป็นขั้นตอนเพื่อนำไปสู่ผล ที่ต้องการ โดยให้ผู้เรียนได้แสดงออกหรือปฏิบัติ ที่ใช้ร่างกาย ความคิด การพูด ในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งจะพัฒนาคุณสมบัติประจำตัวนักเรียน ในด้านการคิดเป็น แก้ปัญหาเป็น และ ปฏิบัติเป็น

จากความหมายของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตามที่นักวิชาการได้สรุปไว้ ผู้วิจัยจึงนำมาวิเคราะห์ประเด็นสำคัญของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังตาราง 4

ตาราง 4 การวิเคราะห์ประเด็นสำคัญของความหมายทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

พิมพ์พร ไชยฤกษ์ (2552)	สสวท. (2544)	กรมวิชาการ (2544)	เริงชัย จงพิพัฒนสุข (2543)	ชัยศักดิ์ ลีลาจรสกุล (2542)	สงบ ลักษณะ (2533)	สรุปประเด็น
การดำเนินงาน ตามขั้นตอน		แนวทาง ดำเนินการ เรื่องใดเรื่อง หนึ่งที่มี ขั้นตอน	การปฏิบัติ หรือการ ฝึกฝน และ กระทำ ต่อเนื่อง กันไป	กระบวนการ ปฏิบัติ หรือ กระบวนการ ทำงานที่ครบ วงจร ตั้งแต่ เริ่มแรกจน แล้วเสร็จ	ดำเนินการที่ เป็นขั้นตอน เพื่อนำไปสู่ ผลที่ ต้องการ	กระบวนการที่ ผู้เรียนได้ปฏิบัติ ฝึกฝน แสดงออก อย่างเป็นขั้นตอน
เป็น ความสามารถ ในการ แก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อ ความหมายและ การนำเสนอ รวมทั้งการ เชื่อมโยงความรู้ ต่างๆและ เชื่อมโยง คณิตศาสตร์กับ ศาสตร์อื่นๆ ตลอดจนการ มีความคิดริเริ่ม สร้างสรรค์	ความรู้ ความ สามารถของ ผู้เรียนใน การ แก้ปัญหา การให้ เหตุผล การสื่อสาร การสื่อ ความหมาย ทาง คณิตศาสตร์ และการ นำเสนอการ เชื่อมโยง และการมี ความคิด สร้างสรรค์		การคิดอย่าง สร้างสรรค์ การแก้ปัญหา คิดหาเหตุผล		ด้านการคิด เป็น แก้ปัญหา เป็น และ ปฏิบัติเป็น	ความรู้ ความคิด ของผู้เรียนเพื่อให้ เกิดผลตาม ความสามารถใน ด้านต่างๆ ได้แก่ ความสามารถการ แก้ปัญหา การให้ เหตุผล การสื่อสาร สื่อ ความหมายทาง คณิตศาสตร์และ การนำเสนอ การ เชื่อมโยงความรู้ ต่างๆ และ ความสามารถใน การคิดริเริ่ม สร้างสรรค์

จากตาราง 4 จึงสรุปได้ว่า ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ผู้เรียน
ได้ปฏิบัติ ฝึกฝน แสดงออกอย่างเป็นขั้นตอน ต่อเนื่อง ตามความรู้ ความคิด ของผู้เรียน เพื่อให้
เกิดผลตามความสามารถ ในด้านต่างๆ ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้

เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความสามารถในการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นต้น

2. ความสำคัญของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการได้ให้ความสำคัญของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

พิมพ์พร ไชยฤกษ์ (2552 : 67) ได้สรุปถึงทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มีความสำคัญและจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องจัดให้มีขึ้น เพื่อเสริมการเรียนการสอน อันเป็นการที่จะช่วยส่งเสริมและพัฒนาให้การเรียนการสอนตามหลักสูตรสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

วรภรณ์ มีหนัก (2545 : 58-60) ได้สรุปถึงความสำคัญของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ว่า ผู้เรียนที่มีการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ดี ส่วนใหญ่จะเป็นผู้ที่มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพราะได้มีโอกาสฝึกฝนทักษะต่างๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหา และได้พัฒนาความคิดโดยการชี้เหตุผล จึงจำเป็นต้องปรับปรุงการเรียนการสอนให้ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2544 : 24-26) ได้กำหนดให้การศึกษาคณิตศาสตร์สำหรับการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เป็นการศึกษาเพื่อให้ผู้เรียน ได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตลอดชีวิตตามศักยภาพ ทั้งนี้ เพื่อให้เยาวชนเป็นผู้ที่มีความรู้คณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะ และกระบวนการที่จำเป็นไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาต่อ ตลอดจนมีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2538 : 51-52 ; อ้างใน พิมพ์พร ไชยฤกษ์ (2552: 66) ได้ให้ความสำคัญของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การที่ผู้เรียนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันไม่มีโอกาสพัฒนาสมรรถภาพในการคิดคำนวณ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หรือความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเท่าที่ควร เพราะมุ่งแต่หาคำตอบที่ถูกต้องเป็นสิ่งสำคัญ ซึ่งในปัจจุบันหลักสูตรสาระคณิตศาสตร์มุ่งพัฒนาให้ผู้เรียนเกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น การปลูกฝังสมรรถภาพทางการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์นับว่ามีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องปลูกฝังให้มีขึ้นในตัวผู้เรียน

ชัยยศ เรื่องสวรรค์ (2533 : 33 และ วรภรณ์ มีหนัก, 2545 : 58-60; อ้างในพิมพ์พร ไชยฤกษ์ (2552 : 66) สรุปว่า ผู้เรียนที่มีการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ดี ส่วนใหญ่จะเป็นผู้ที่มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นเพราะได้มีโอกาสฝึกฝนทักษะต่างๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหา เช่น การอ่าน การแปลความจากข้อความหรือภาษาที่กำหนดให้เป็นภาษาทาง

คณิตศาสตร์ และได้พัฒนาความคิดโดยใช้เหตุผล ดังนั้น จึงจำเป็นต้องปรับปรุงการเรียนการสอน ที่ให้ผู้เรียนต้องมีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

จากความสำคัญของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตามที่นักวิชาการได้สรุปไว้ ผู้วิจัย จึงนำมาวิเคราะห์ประเด็นความสำคัญของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังตาราง 5

ตาราง 5 การวิเคราะห์ประเด็นความสำคัญของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

พิมพ์พร ไชยฤกษ์ (2552)	วารกรณ์ มีหนัก (2545)	กรมวิชาการ (2544)	ดวงเดือน อ่อนน่วม (2538)	ชัยยศ เรือง-สุวรรณ (2533)	สรุปประเด็น
จำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องจัดให้มี	จึงจำเป็นต้องปรับปรุง		นับว่ามีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องปลูกฝังให้มี	จึงจำเป็นต้องปรับปรุงการเรียนการสอน	จำเป็นอย่างยิ่ง
	ฝึกฝนทักษะต่างๆ	นำความรู้ ทักษะและกระบวนการที่จำเป็นไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น	การปลูกฝังสมรรถภาพทางการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะและกระบวนการ	ฝึกฝนทักษะต่างๆ	ควรมุ่งฝึกฝนพัฒนาให้ผู้เรียนได้เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
ส่งเสริมและพัฒนาให้การเรียนการสอนตามหลักสูตรสมบูรณ์	ใช้ในการแก้ปัญหาและได้พัฒนาความคิดโดยการใช้เหตุผล	นำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ถึงต่างๆ	การคิดคำนวณ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หรือความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา	ใช้ในการแก้ปัญหา เช่น การอ่าน การแปลความจากข้อความหรือภาษาที่กำหนด ให้เป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ และได้พัฒนาความคิดโดยใช้เหตุผล	ใช้ในการแก้ปัญหา มีความคิด ให้เหตุผลเป็น อ่าน และสื่อความหมายได้

จากตาราง 5 จากประเด็นความสำคัญของทักษะกระบวนการที่นักวิชาการสรุปไว้ จึงสรุปได้ว่า ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญและจำเป็นอย่างยิ่ง ที่ควรมุ่งฝึกฝน พัฒนาให้ผู้เรียน ได้เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา มีความคิด ให้เหตุผลเป็น อ่านและสื่อความหมายได้

3. ประเภทของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544 : 191) ได้แบ่งประเภทของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกเป็นประเภทต่างๆ ไว้ ดังนี้

3.1 ทักษะกระบวนการแก้ปัญหา

เมเยอร์ และฮีการ์ที (Mayer and Hegarty, 1987, p.31) กล่าวว่าไว้โดยสรุปว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ผู้แก้ปัญหาคิด หรือหาทางออกว่าจะแก้ปัญหานั้นอย่างไร ซึ่งผู้แก้ปัญหามีต้องเข้าใจสถานการณ์ที่กำหนดให้เพื่อนำไปสู่จุดหมาย

ครูลิก และรูดนิค (Krulik and Rudnick, 1993, p.6) ได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าเป็นสถานการณ์ที่ต้องการคิด สังเคราะห์ความรู้ที่ได้เรียนมาเพื่อหาทางออก ซึ่งเป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้พื้นฐานหรือความรู้เดิม ทักษะและความเข้าใจในการแก้ปัญหาสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย กระบวนการดังกล่าวจึงเริ่มต้นด้วยการเผชิญปัญหาและหาข้อสรุปถึงคำตอบ ซึ่งนักเรียนต้องสังเคราะห์ในสิ่งที่เขาได้เรียนมาและนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่

บราไฮร์ (Brahier, 2005, p. 25) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนพยายามจำแนก แยกแยะว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการ การจัดทำแผน การใช้แผน และการตรวจสอบความเป็นเหตุเป็นผลของคำตอบ เช่น เมื่อนักเรียนพบปัญหา เขาก็จะพัฒนากลยุทธ์ในการแก้ปัญหา โดยที่สามารถประยุกต์ใช้สถานการณ์ต่างๆ ได้ เช่น การใช้กลยุทธ์การเขียนสมการ การสร้างแบบรูป การทำงานแบบย้อนกลับ การวาดกราฟ กราฟตาราง และการเดาและการตรวจสอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 7) ให้ความหมายการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

สุภาภรณ์ ใจสุข (2555 : 58) สรุปความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หมายถึง การแสดงออกเกี่ยวกับการนำความรู้ ความคิด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาทางออก หาคำตอบให้กับสถานการณ์ปัญหา โดยใช้วิธีการคิดหรือยุทธวิธีในการค้นหาคำตอบ

จึงสรุปได้ว่า ทักษะกระบวนการแก้ปัญหา หมายถึง เป็นกระบวนการที่ต้องนำความรู้มาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ที่เป็นปัญหา เพื่อหาวิธีการ ขั้นตอน กระบวนการในการค้นหาคำตอบ

3.2 ทักษะกระบวนการให้เหตุผล

คณะกรรมการการศึกษาในนิวเจอร์ซีย์ (New Jersey State Board of Education, 1990; อ้างใน พิมพ์พร ไชยฤกษ์, 2552 : 72) ได้สรุปเกี่ยวกับความสามารถที่จำเป็นสำหรับการคิดอย่างมีเหตุผลออกเป็น 5 ประการ คือ

- 1) ความสามารถในการจำแนกรายละเอียด และกำหนดสิ่งที่ปัญหาได้เป็น อย่างดี เช่นเดียวกับ ความสามารถในการกำหนดเป้าหมายและประเมินวิธีในการแก้ปัญหา
- 2) ความสามารถในการรู้จักเลือกใช้เหตุผลแบบอนุมาน อุปมาน และรู้จักความไม่ถูกต้องของเหตุผล
- 3) ความสามารถในการลงข้อสรุปอย่างมีเหตุผลจากข้อมูลที่ได้จากแหล่งต่างๆ เช่น จากข้อเขียน คำพูด ตาราง หรือรูปภาพ และสามารถโต้ตอบผู้อื่น ได้อย่างมีเหตุผล เป็นต้น
- 4) ความสามารถในการเข้าใจ การสร้างและการใช้ความคิดรวบยอด ตลอดจน การขยายความคิดอย่างกว้างขวาง
- 5) ความสามารถในการจำแนกข้อความจริง

สภาวดี ตั้งบุปผา (2533 : 34; อ้างใน พิมพ์พร ไชยฤกษ์ 2552 : 72) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผล ว่า เป็นการคิดที่ต้องอาศัยหลักการหรือข้อเท็จจริงที่ถูกต้องมาสนับสนุน อย่างเพียงพอ การคิดประเภทนี้ จึงมีโอกาสผิดพลาดน้อยและถือว่าเป็นทักษะอย่างหนึ่งที่สามารถพัฒนาให้มีคุณภาพสูงยิ่งขึ้น ผู้ที่มีทักษะในการคิดเชิงเหตุผลสูงย่อมมีความคิดที่มีคุณภาพสูง ซึ่งความคิดที่มีคุณภาพนั้น ย่อมจะช่วยแก้ปัญหานั้นๆ ประการให้แก่นมนุษย์ และยอมสร้างสรรค์สิ่งอันเป็นประโยชน์ให้แก่มนุษย์ได้นับการ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544 : 196) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ การฝึกให้รู้จักให้เหตุผลที่ง่ายที่สุดคือ สามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆ ด้วย ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended Problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

สรุปได้ว่า ทักษะกระบวนการให้เหตุผล หมายถึง เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนอาศัยหลักการ ข้อมูล ความรู้ จากข้อเท็จจริงที่ถูกต้องมาสนับสนุนเพื่อลงข้อสรุปอย่างมีเหตุผลจากข้อมูลที่ได้จากแหล่งต่างๆ และจำแนกตามข้อมูลจริง

3.3 ทักษะกระบวนการสื่อสาร

นักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้ สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teacher

of Mathematics : NCTM,2011; อ้างใน สุภาภรณ์ ใจสุข 2555 : 73) ได้กล่าวถึง การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นวิธีการแลกเปลี่ยนความคิดและความเข้าใจที่ชัดเจน แม้ว่าการสื่อสาร ความคิดที่มาจาก การสะท้อน การถกเถียง การอภิปรายและการแก้ไข เมื่อผู้เรียนสื่อสารแลกเปลี่ยน ผลจากการคิดด้านการพูดและการเขียน เขาเรียนรู้ได้ชัดเจน มั่นใจ ถูกต้องในการใช้ภาษา การอธิบาย ควรใช้อุปกรณ์และเหตุผล ไม่ใช่เพียงกระบวนการพรรณนาหรือการสรุป การให้นักเรียนได้ฟังอธิบายของคนอื่นเป็นโอกาสที่จะได้พัฒนาความเข้าใจ การสนทนาเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นการค้นหามุมมองที่หลากหลายที่ช่วยเหลือผู้ที่มีส่วนร่วมได้มากขึ้น นอกจากนี้ การนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์มีหลายวิธี ได้แก่ การนำเสนอด้วยรูปภาพ วัสดุ สื่อที่มองเห็น ตาราง กราฟ จำนวนและภาษาสัญลักษณ์ การแสดงการคำนวณตารางด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ สิ่งเหล่านี้เป็นการนำเสนอความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานให้คนอื่นเข้าใจ

บราไฮร์ (Brahier, 2005, p. 25) กล่าวถึงความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนต้องแสดงออกถึงความคิดทางคณิตศาสตร์ต่อบุคคลอื่นในรูปแบบของการพูดหรือการเขียน มีการกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความสามารถขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์และสื่อสารความคิดของตนเองต่อผู้อื่น

เทอร์เบอร์ (Thurber, 1976, p.513; อ้างใน สุภาภรณ์ ใจสุข 2555 : 74) ได้กล่าวว่า “การสื่อสารทางคณิตศาสตร์” เป็นการตั้งสถานการณ์ในกิจกรรมการเรียนหรือการพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งจะมีผลต่อการปรับปรุงที่ดีขึ้นต่อตนเอง เมื่อผู้เรียนได้ฝึกฝนเพิ่มมากขึ้น จะส่งผลในการพัฒนาสมรรถนะของการสื่อสารของนักเรียนและส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนอีกด้วย

อัมพร ม้าคะนอง (2553 : 56,179 และ 2547 : 102-103; อ้างใน สุภาภรณ์ ใจสุข 2555 : 74-75) ได้กล่าวถึง ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ จึงรวมถึงความสามารถเกี่ยวกับการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอไว้ด้วย ซึ่งมีรายละเอียดของความสามารถในการสื่อสาร ดังนี้

- 1) การสื่อสาร เป็นการอธิบายโดยการพูด เขียน หรือแสดงให้เห็น
- 2) การสื่อความหมาย เป็นการทำความเข้าใจ ดีความ แปลความ หรือวิเคราะห์ความหมายของสิ่งที่ตนเองค้นพบ
- 3) การนำเสนอ เป็นการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการนำเสนอข้อมูลหรือความคิดทางคณิตศาสตร์ตามลำดับขั้นตอนในการทำงานเพื่อให้ผู้อื่นเข้าใจตรงกัน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 74-75) ได้กล่าวถึงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ หมายถึง เป็นกระบวนการสื่อสารที่นอกจากนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสารด้วย การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู และการแสดงท่าทางตามปกติแล้ว ยังเป็นการสื่อสารที่มีลักษณะพิเศษ โดยมีการใช้ สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชัน และแบบจำลอง เป็นต้น มาช่วยในการสื่อความหมายและมาช่วยเสนอแนวคิดหรือการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วย ซึ่งการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอจะมีประสิทธิภาพ นั้น ต้องมีจุดมุ่งหมาย เนื้อหาของแนวคิด ความคิดเห็นหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์และรูปแบบที่ชัดเจน กระชับ และง่ายต่อการทำความเข้าใจ

จึงสรุปได้ว่า ทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแสดงออกถึงการถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจ โดยการอธิบายที่ผ่านทางช่องทางการพูด การเขียน และนำเสนอเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อสื่อความหมายให้ผู้อื่นเข้าใจตามหลักการ และความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างชัดเจน

3.4 ทักษะกระบวนการเชื่อมโยง

นักวิชาการทางคณิตศาสตร์ได้กล่าวถึง ทักษะกระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teacher of Mathematics : NCTM,1991, p.102) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยงว่า การสัมพันธ์เชื่อมโยงต่อกันภายในวิชาคณิตศาสตร์และระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ซึ่งจะมีการเชื่อมโยงและผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน

คณะกรรมการการศึกษานิวเจอร์ซี (New Jersey State Board of Education,1996; อ้างใน อิศริยา ปรมัตถากร, 2556 : 57) ได้กล่าวว่า การเชื่อมโยงคือ ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาที่ต่างกันและเขียนความสัมพันธ์เหล่านั้นในการศึกษาต่อไปได้ซึ่งเป็นการประยุกต์ภายในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจ และการประยุกต์เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์กับเนื้อหาวิชาอื่น ตลอดจนการประยุกต์เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์กับโลกจริง ซึ่งนักเรียนต้องสามารถเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ไปยังชีวิตประจำวันได้

ดอซเซย์ และคณะ (Dossey et al.,2002; อ้างใน สุภาภรณ์ ใจสุข 2555 : 83) กล่าวถึง ความหมายของการเชื่อมโยง ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่

ตนเองพบ การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ทำให้ผู้เรียน ได้เรียนรู้และพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 98) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระและหลักการทางคณิตศาสตร์มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาและการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

อัมพร ม้าคะนอง (2553) ได้กล่าวว่า การเชื่อมโยง เป็นความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้ หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมา กับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนค้นพบ

อิสริยา ปรมัตถากร (2556 : 58) ได้สรุปความหมายการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ หลักการทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่มี มาสัมพันธ์กับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ

จึงสรุปได้ว่า ทักษะกระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่ต้องนำความรู้ที่มีอยู่ ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆที่พบ มาเชื่อมโยงสัมพันธ์อย่างมีเหตุผลและผสมผสานเพื่อทำให้เกิดแนวคิดใหม่และนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

3.5 ทักษะกระบวนการคิดริเริ่มสร้างสรรค์

การคิดสร้างสรรค์นับเป็นความสามารถที่สำคัญอย่างหนึ่ง ซึ่งมีคุณภาพมากกว่าความสามารถด้านอื่น และเป็นปัจจัยที่จำเป็นอย่างยิ่งในการส่งเสริมความเจริญก้าวหน้าของประเทศ โดยเฉพาะความคิดสร้างสรรค์ทางด้านคณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักวิชาการได้สรุปความหมายของทักษะกระบวนการคิดสร้างสรรค์ ไว้ดังนี้

เกอร์ฮาร์ด (Gerhard, 1980; อ้างใน พิมพ์พร ไชยฤกษ์ 2552 : 77) ได้กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการสร้างระบบความคิดใหม่จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะนำไปสู่การแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ และเห็นผลที่เกิดขึ้นในรูปแบบใหม่

เจนเซน (Jensen, 1980; อ้างใน พิมพ์พร ไชยฤกษ์ 2552 : 77) กล่าวถึง ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเขียนคำตอบในรูปแบบของตัวเลข กราฟ แผนภูมิ ที่แตกต่างกัน ซึ่งลักษณะคำตอบมีการประยุกต์จากความคิดเดิม

รอย (Roy, 1986; อ้างใน สุภาวดี ตั้งบุปผา 2533 : 143-147) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถที่สังเกตได้ โดยใช้เกณฑ์พิจารณาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการสรุปเป็นหลักการ โดยทั่วไป ความสามารถในการตีความของคำตอบและความสามารถในการค้นหาเนื้อหาสาระที่สำคัญ

Daren and Allen (1986; อ้างใน สุภาวดี ตั้งบุปผา 2533 : 143) กล่าวว่า เด็กจะเกิดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ได้นั้น จะต้องมีพื้นฐานอันประกอบด้วยทักษะ 2 ทักษะ คือ

- 1) ทักษะการใช้เหตุผลเชิงอ้างอิง (Skill of Reference Study)
- 2) ทักษะในการใช้เหตุผลทางวิทยาศาสตร์และทางคณิตศาสตร์ (Skill of Scientific and Mathematical Reasoning)

สุวิทย์ มูลคำ (2547 : 9) ให้ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ ไว้ว่า เป็นกระบวนการทางปัญญาที่สามารถขยายขอบเขตความคิดที่มีอยู่เดิมสู่ความคิดที่แปลกใหม่ แตกต่างไปจากความคิดเดิมและเป็นความคิดที่ใช้ประโยชน์ได้อย่างเหมาะสม ดังนั้น ความคิดสร้างสรรค์ถือได้ว่าเป็นกระบวนการทางความคิดที่มีความสำคัญต่อเด็ก ทำให้เด็กสามารถสร้างความคิด สร้างจินตนาการ ไม่จนต่อสถานการณ์หรือสภาพแวดล้อมที่กำหนดไว้ ความคิดสร้างสรรค์ คือพลังทางความคิดที่เด็กๆ ทุกคนมีมาแต่กำเนิด หากได้รับการกระตุ้น การพัฒนาแห่งการสร้างสรรค์จะทำให้เด็กเป็นคนที่มียุทธศาสตร์ทางความคิด มีความคิดฉับไวรอบ และสามารถหาหนทางในการสร้างสรรค์สิ่งใหม่ๆ ได้เสมอ ดังนั้นการสอนความคิดสร้างสรรค์และการฝึกฝนให้เด็กสามารถคิดอย่างสร้างสรรค์จึงเป็นส่วนหนึ่งที่ช่วยกระตุ้นคุณภาพในตัวเด็กให้มั่นใจในตนเอง และเต็มโตเป็นผู้ใหญ่ที่มีคุณภาพมากยิ่งขึ้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550) ให้ความหมายความคิดสร้างสรรค์ หมายถึง เป็นกระบวนการคิดที่อาศัยความรู้พื้นฐาน จินตนาการ และวิจารณญาณ ในการพัฒนาหรือคิดค้นองค์ความรู้หรือสิ่งประดิษฐ์ใหม่ๆ ที่มีคุณค่าและเป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคม ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์มีหลายระดับ ตั้งแต่ระดับพื้นฐานที่สูงกว่าความคิดอื่นๆ เพียงเล็กน้อยไปจนกระทั่งเป็นความคิดที่อยู่ในระดับสูงมาก องค์ประกอบของความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ได้แก่ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม ความคิดละเอียดลออ

พิมพ์พร ไชยฤกษ์ (2552 : 77) ได้สรุปความคิดสร้างสรรค์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการกระทำ เพื่อให้ได้ผลผลิตใหม่ๆ ทางความคิด ซึ่งเกิดจากความคิดด้านจินตนาการมากกว่าการใช้เหตุผล จนเกิดความคิดที่แปลกใหม่และแตกต่างจากความคิดเดิม รวมทั้งเป็นความคิดที่เป็นประโยชน์

จึงสรุปได้ว่า ทักษะกระบวนการคิดสร้างสรรค์ หมายถึง การที่บุคคลสามารถสร้างระบบความคิดใหม่จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกิดจากความคิดด้านจินตนาการ ความคิดที่มีอยู่เดิมสู่ความคิดที่แปลกใหม่ นำไปสู่การแก้ปัญหาที่เป็นประโยชน์อย่างเหมาะสม

4. แนวทางการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2545 : 195-205) ได้สรุปแนวทางของการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

4.1 การพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนเกิดทักษะกระบวนการในการแก้ปัญหา นับว่าเป็นเรื่องยากพอสมควรสำหรับผู้สอน ผู้เรียนส่วนใหญ่จะพัฒนาได้ดีในทักษะการคิดคำนวณ แต่เมื่อพบโจทย์ปัญหามักจะมีปัญหาในเรื่องของการอ่านทำความเข้าใจ โจทย์ การวิเคราะห์โจทย์ รวมถึงการหารูปแบบแนวคิดในการแก้ปัญหานั้น การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการแก้ปัญหาได้ ผู้สอนต้องให้โอกาสผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาหรือเกมที่น่าสนใจ ทำท่าย ให้อายักคิดเริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียนแต่ละคนหรือผู้เรียนแต่ละกลุ่ม โดยอาจเริ่มด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อน ต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูง ผู้สอนควรเพิ่มปัญหาที่ยากซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อนหรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลักสูตรให้นักเรียนได้ฝึกคิดด้วย ในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอนก่อน แล้วจึงฝึกทักษะในการแก้ปัญหา ซึ่งการฝึกทักษะกระบวนการแก้ปัญหา มี 4 ขั้นตอน มีดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ

จากกระบวนการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอนนี้ ยังจำเป็นต้องอาศัยทักษะอื่นๆ

ประกอบด้วย

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา ซึ่งผู้เรียนควรแยกแยะได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไร หรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้ หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้ว ทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูปหรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า คาดการณ์ หรือคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย ผู้สอนจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ขั้นตอนการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะในการคำนวณ การประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้ โดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) หรือ ความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial Sense) ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

ในการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าวนี้ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนเรียนรู้้อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยกำหนดประเด็นคำถามนำให้คิด และหาคำตอบเป็นลำดับเรื่อยไป จนผู้เรียนสามารถหาคำตอบได้ หลังจากนั้นในปัญหาต่อไป ผู้สอนจึงค่อยๆลดประเด็นคำถามลงจนสุดท้ายเมื่อเห็นว่าผู้เรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาเพียงพอแล้วก็ไม่จำเป็นต้องให้ประเด็นคำถามชี้นำก็ได้ และในการจัดให้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนนั้น เมื่อผู้เรียนเข้าใจกระบวนการแล้ว การพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนควรเน้นฝึกการวิเคราะห์แนวคิดอย่างหลากหลาย ในขั้นวางแผนแก้ปัญหาให้มาก เพราะเป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญและยากสำหรับผู้เรียน

4.2 การพัฒนาทักษะกระบวนการให้เหตุผล เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนรู้จักคิด และให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ โดยทั่วไปเข้าใจกันว่า การฝึกให้รู้จักให้เหตุผลที่ง่ายที่สุด คือ การฝึกจากการเรียนเรขาคณิตตามแบบยูคลิด เพราะมีโจทย์เกี่ยวกับการให้เหตุผลมากมาย มีทั้งการให้เหตุผลอย่างง่าย ปานกลาง และอย่างยาก แต่ที่จริงแล้วการฝึกให้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้น สามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆ ด้วย ซึ่งองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผล มีดังนี้

- 1) ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์ หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้
- 2) ให้ผู้สอนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้ และให้เหตุผลของตนเอง

3) ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

4) การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผล ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้างๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า.....แล้ว ผู้เรียนคิดว่า.....จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า ไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางส่วนถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น

5) ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open – ended Problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

4.3 การพัฒนาทักษะกระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ เป็นการจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ โดยทำได้ทุกเนื้อหาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา เช่น ในวิชาเรขาคณิตมีเนื้อหาที่ต้องฝึกการวิเคราะห์ การให้เหตุผล และการพิสูจน์ ผู้เรียนต้องฝึกทักษะในการสังเกต การนำเสนอรูปภาพต่างๆที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

นอกจากนี้ การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอในวิชาพีชคณิต เป็นการฝึกทักษะให้ผู้เรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ปัญหาสามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น ขั้นตอนในการดำเนินการเริ่มจากการคำนวณโจทย์ปัญหาให้ผู้เรียนวิเคราะห์ กำหนดตัวแปร เขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรในรูปแบบของสมการหรืออสมการตามเงื่อนไขกำหนด และดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการทางพีชคณิต

ซึ่งการจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ จึงมีแนวทางในการดำเนินการ ดังนี้

- 1) กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
- 2) ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ

3) การฝึกทักษะ/กระบวนการนี้ต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหาวางไรเขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไรจะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อสารความหมาย

4.4 การพัฒนาทักษะกระบวนการเชื่อมโยง ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อ นั้น จำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้ในเรื่องเหตุในการให้คำจำกัดความหรือ บทนิยามในเรื่องต่างๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามของลำดับในรูปของฟังก์ชัน นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่างๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ในเรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรม ในงานศิลปะและการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

นอกจากนั้นแล้ว ยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างที่บ่อบรรจุภัณฑ์ต่างๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในชว่บั้นปลายของชีวิต

ซึ่งองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ มีดังนี้

- 1) มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
- 2) มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่นๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
- 3) มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะกระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
- 4) มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย
- 5) มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล
- 6) ในการจัดการเรียนให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะกระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ

เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวัน เพื่อให้ผู้เรียนได้มีการปฏิบัติจริง และมีทักษะกระบวนการการเชื่อมโยงความรู้นี้ ผู้สอนอาจมอบหมายงาน/กิจกรรมให้ผู้เรียน ไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น แล้วนำเสนองานต่อผู้สอนและผู้เรียน ให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน

4.5 การพัฒนาทักษะกระบวนการความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นการสร้างบรรยากาศที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ได้แก่ การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของผู้สอน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สามารถเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะกับวัยของผู้เรียน และเป็นปัญหาที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาควรจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหา ให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกัน การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสนอแนวคิดที่หลากหลายเป็นการช่วยเสริมเติมเต็ม ทำให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่สมบูรณ์และหลากหลาย

ซึ่งความคิดสร้างสรรค์ ถือว่าเป็นกระบวนการทางความคิดที่มีความสำคัญต่อเด็ก ทำให้เด็กสามารถสร้างความคิด สร้างจินตนาการ ไม่จนต่อสถานการณ์หรือสภาพแวดล้อมที่กำหนดให้ ความคิดสร้างสรรค์คือพลังทางความคิดที่เด็กๆ ทุกคนมีมาแต่กำเนิด หากได้รับการกระตุ้น การพัฒนาหลังแห่งการสร้างสรรค์จะทำให้เด็กเป็นคนมีอิสระทางความคิด มีความคิดฉกรรจบ และสามารถหาหนทางในการสร้างสรรค์สิ่งใหม่ๆ ได้เสมอ ดังนั้นการสอนความคิดสร้างสรรค์และการฝึกฝนให้เด็กสามารถคิดอย่างสร้างสรรค์ จึงเป็นส่วนหนึ่งที่ช่วยกระตุ้นคุณภาพในตัวเด็กให้มั่นใจและเติบโตเป็นผู้ใหญ่ที่มีคุณภาพยิ่งขึ้น

โดยองค์ประกอบสำคัญของความคิดสร้างสรรค์ ตามที่ สุวิทย์ มูลคำ (2547: 19-20; อ้างใน Guilford) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550) ได้สรุปว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นความสามารถทางสมองที่คิดได้กว้างไกลหลายทิศทาง หรือเรียกได้ว่า ลักษณะการคิดนอกกรอบ หรือการคิดแบบกระจาย (Divergent thinking) ประกอบด้วย

1) ความคิดคล่องแคล่ว (Fluency) เป็นความสามารถในการคิดเพื่อให้ได้คำตอบจำนวนมากที่แตกต่างกันหรือหลากหลายวิธี

2) ความคิดยืดหยุ่น (Flexibility) เป็นความสามารถในการคิดปรับเปลี่ยนตามสถานการณ์ คิดแล้วเลือก / นำไปใช้ให้ตรงกับสถานการณ์หรือเงื่อนไขที่กำหนด ความคิดยืดหยุ่นจึงเป็นตัวเสริมให้ความคิดต้องมีความแปลกแตกต่างกันออกไป

3) ความคิดริเริ่ม (Originality) เป็นความสามารถในการคิดเพื่อให้ได้ความคิดที่มีลักษณะแปลกใหม่แตกต่างจากความคิดอื่นๆ เป็นความคิดที่เกิดขึ้นครั้งแรกที่แตกต่างจากความคิดอื่นๆ ที่มีอยู่เดิม และอาจไม่เคยมีใครนึกหรือคิดมาก่อน ผู้ที่มีความคิดริเริ่มจะต้องมีความกล้าคิดนอกกรอบ กล้าลองเพื่อทดสอบความคิดของตน และบ่อยครั้งที่ต้องอาศัยความคิดจินตนาการในการประยุกต์

4) ความคิดละเอียดลออ (Elaboration) ความสามารถในการคิดเพื่อให้ได้ความคิดที่มีรายละเอียดอย่างลุ่มลึกหลายแง่มุมของแต่ละคำตอบของปัญหาจนกระทั่งสามารถสร้างผลงานหรือชิ้นงานขึ้นมาได้สำเร็จ ความคิดละเอียดลออ เป็นส่วนเสริมให้องค์ประกอบสำคัญ 3 ข้อข้างต้นมีความสมบูรณ์ นำไปสู่ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่มีประสิทธิภาพ

สุวิทย์ มูลคำ (2547 : 30-31) ได้เสนอแนวทางส่งเสริมการคิดสร้างสรรค์ โดยครูผู้สอนควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1) กระบวนการคิด เป็นการสอนที่เพิ่มทักษะความคิดด้านต่างๆ เช่น ความคิดจินตนาการ ความคิดเอहनัย ความคิดอเนกนัย ความคิดวิจารณ์ญาณ ความคิดวิเคราะห์ ความคิดสังเคราะห์ ความคิดแปลกใหม่ ความคิดหลากหลาย ความคิดยืดหยุ่น ความคิดเห็นที่แตกต่างและประเมินผล

2) ผลผลิต เป็นสิ่งที่ชี้ให้เราเห็นหลายสิ่งหลายอย่างของการคิด เช่น วิธีคิด ประสิทธิภาพทางความคิด การนำความรู้ไปสู่การนำไปใช้ จุดสำคัญในการสอนว่า จะพิจารณาเกณฑ์ของผลผลิตอย่างไรนั้น ควรจะกำหนดให้เด็กรู้จักระบุจุดประสงค์ของการทำงาน รู้จักประเมินการทำงานของตนเองอย่างใช้เหตุผล มีความพยายามและสามารถนำไปปรับใช้ได้ในชีวิตจริง

3) องค์กรความรู้พื้นฐาน เป็นการให้โอกาสเด็กได้รับความรู้ผ่านสื่อและทักษะหลายด้าน โดยใช้ประสาทสัมผัสหรือความรู้ที่มาจากประสบการณ์ที่หลากหลาย และมีแหล่งข้อมูลที่ต่างกันทั้งจากหนังสือ ผู้เชี่ยวชาญ การทดสอบด้วยตนเอง และที่สำคัญคือ ให้เด็กได้สร้างความรู้จากตัวของเขาเอง

4) สิ่งที่ทำท่าย เป็นการหางานที่สร้างสรรค์และมีมาตรฐานให้เด็กทำ

5) บรรยากาศในชั้นเรียน เป็นการให้อิสระเสรี ความยุติธรรม ความเคารพในความคิดเห็นของเด็ก ให้เด็กมั่นใจว่าจะไม่ถูกลงโทษ หากมีความคิดที่แตกต่างจากครู หรือคิดว่าครูไม่ถูกต้อง ขอมให้เด็กล้มเหลวหรือผิดพลาด (โดยไม่เกิดอันตราย) แต่ต้องฝึกให้เรียนรู้จากข้อผิดพลาดที่ผ่านมา

6) ตัวเด็ก เป็นการสนับสนุนให้เด็กมีความเชื่อมั่นตนเอง ความเคารพตนเอง ควรกระหายใคร่รู้

7) การใช้คำถาม เป็นการสนับสนุนให้เด็กถามคำถามของเขาหรือครูผู้สอน ใช้คำถามนำกระตุ้นให้เด็กคิด

8) การประเมินผล เป็นการหลีกเลี่ยงการประเมินที่ซ้ำซากหรือเป็นทางการอยู่ตลอด สนับสนุนให้เด็กประเมินการเรียนรู้ด้วยตนเองและประเมินร่วมกับครู

9) การสอนและการจัดหลักสูตร เป็นการผสมผสานกับวิชาการต่างๆ เพราะสามารถใช้ได้กับวิชา ลองให้เด็กเรียนรู้ในสิ่งที่ไม่มีความรู้ที่ดีที่สุด หรือคำตอบที่ตายแล้ว คำตอบที่คลุมเครือหรือเปลี่ยนแปลงได้ง่ายๆ ครูเป็นผู้ให้การสนับสนุนและช่วยเหลือเด็ก ไม่ใช่เป็นผู้สั่งการ

10) การจัดระบบในชั้นเรียน ให้เด็กได้ค้นคว้าความรู้ด้วยตนเองให้มากขึ้น ปรับระบบตารางเรียนให้ยืดหยุ่น เพื่อตอบสนองความต้องการและความสามารถที่หลากหลาย จัดกลุ่มการสอนหลายๆ แบบ เช่น จับคู่ กลุ่มเล็ก กลุ่มใหญ่และสอนแบบเดี่ยว นอกจากนี้ ควรจัดห้องเรียนให้แตกต่างกันไปในแต่ละเวลา สถานที่ เช่น บางห้อง บางเวลา ไม่มีที่นั่ง นั่งใกล้กัน นั่งไกลกัน นั่งข้างนอก เรียนที่สนาม เป็นต้น

จากแนวทางของการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงสรุปประเด็นสำคัญของการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน ดังตาราง 6

ตาราง 6 การวิเคราะห์ประเด็นความสำคัญของการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้าน....				
กระบวนการ แก้ปัญหา	กระบวนการ ให้เหตุผล	กระบวนการ สื่อสาร/สื่อ ความหมาย/ นำเสนอ	กระบวนการเชื่อมโยง	กระบวนการความคิด ริเริ่มสร้างสรรค์
1. ให้ผู้เรียนทำ ความเข้าใจปัญหา หรือวิเคราะห์ปัญหา 2. ให้ผู้เรียนฝึก วางแผนแก้ปัญหา 3. ให้ผู้เรียน ดำเนินการแก้ปัญหา 4. ให้ผู้เรียน ตรวจสอบหรือมอง ย้อนกลับ	1. ให้ผู้เรียนได้พบกับ โจทย์หรือปัญหาที่ ผู้เรียนสนใจ 2. ให้ผู้เรียนแสดงออก ถึงความคิดเห็นในการ ใช้เหตุผลของตนเอง 3. ผู้สอนสรุปและชี้แจง ให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนว่า ถูกต้องตามหลักเกณฑ์ หรือไม่ขาดตกบกพร่อง อย่างไร 4. ผู้สอนสังเกต พฤติกรรมของผู้เรียน และใช้คำถามกระตุ้น ช่วยเหลือ ชี้แนะอย่าง กว้างๆ 5. เปิดโอกาสให้ผู้เรียน คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหา สถานการณ์ที่กำหนด ควรเป็นปัญหา ปลายเปิด (Open – ended Problem) ที่ ผู้เรียนสามารถแสดง ความคิดเห็นหรือให้ เหตุผลที่แตกต่างกันได้	1. กำหนด โจทย์ ปัญหา ที่น่าสนใจ 2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือ ปฏิบัติจริง 3. ให้ผู้เรียนฝึก ทักษะ/กระบวนการ อย่างต่อเนื่อง	1. จัดกิจกรรมหรือ สถานการณ์ปัญหา สอดแทรกการเรียนรู้ 2. ให้ผู้เรียนนำความรู้ เนื้อหา กระบวนการ ทางคณิตศาสตร์มาใช้ ในการเรียนรู้เนื้อหา ใหม่มาแก้ปัญหา 3. ให้ผู้เรียนเชื่อมโยง คณิตศาสตร์กับ ศาสตร์อื่นๆ หรือนำ คณิตศาสตร์ไป ประยุกต์ใน ชีวิตประจำวัน 4. ให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติ จริง เชื่อมโยงความรู้ 5. มอบหมายงาน/ กิจกรรมให้ผู้เรียน ไปศึกษาค้นคว้าหา ความรู้ที่เกี่ยวข้องกับ กิจกรรมนั้น 6. นำเสนองานต่อ ผู้สอนและผู้เรียน 7. อภิปรายและหา ข้อสรุปร่วมกัน	1. นำเสนอปัญหาที่ท้า ทาย 2. ให้ผู้เรียนนำความรู้ พื้นฐานทาง คณิตศาสตร์ ที่มีอยู่ มาใช้แก้ปัญหา 3. ครูจัดกิจกรรมใน ลักษณะให้ผู้เรียน ร่วมกันแก้ปัญหา 4. ให้ผู้เรียนอภิปราย ร่วมกัน และเปิด โอกาสให้ผู้เรียนได้ เสนอแนวคิดที่ หลากหลาย

จากตาราง 6 จึงสรุปแนวทางการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของแต่ละด้านดังต่อไปนี้

- 1) ทักษะกระบวนการแก้ปัญหา มีแนวทางการพัฒนาผู้เรียน ดังนี้
 - (1) ให้ผู้เรียนทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา
 - (2) ให้ผู้เรียนฝึกวางแผนแก้ปัญหา
 - (3) ให้ผู้เรียนดำเนินการแก้ปัญหา
 - (4) ให้ผู้เรียนตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ
- 2) ทักษะกระบวนการให้เหตุผล มีแนวทางการพัฒนาผู้เรียน ดังนี้
 - (1) ให้ผู้เรียนได้พบกับ โจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ
 - (2) ให้ผู้เรียนแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้เหตุผลของตนเอง
 - (3) ผู้สอนสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่าเหตุผลของผู้เรียนว่าถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร
 - (4) ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและใช้คำถามกระตุ้นช่วยเหลือ ชี้แนะอย่างกว้างๆ
 - (5) เปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดอย่างหลากหลาย โดยโจทย์ปัญหา สถานการณ์ที่กำหนดควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open – ended Problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้
- 3) ทักษะกระบวนการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ มีแนวทางการพัฒนาผู้เรียน ดังนี้
 - (1) ครูกำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ
 - (2) ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง
 - (3) ให้ผู้เรียนฝึกทักษะ/กระบวนการอย่างต่อเนื่อง
- 4) ทักษะกระบวนการเชื่อมโยง มีแนวทางการพัฒนาผู้เรียน ดังนี้
 - (1) ครูจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกการเรียนรู้
 - (2) ให้ผู้เรียนนำความรู้ เนื้อหา กระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่มาแก้ปัญหา
 - (3) ให้ผู้เรียนเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวัน
 - (4) ให้ผู้เรียนปฏิบัติจริง เชื่อมโยงความรู้

(5) ครูมอบหมายงาน/กิจกรรมให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น

(6) ให้ผู้เรียนนำเสนองานต่อผู้สอนและเพื่อนของผู้เรียน

(7) ให้ผู้เรียนอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน

5) ทักษะกระบวนการความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีแนวทางพัฒนาผู้เรียน ดังนี้

(1) ครูนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย

(2) ให้ผู้เรียนนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้ในการแก้ปัญหา

(3) ครูจัดกิจกรรมในลักษณะให้ผู้เรียนร่วมกันแก้ปัญหา

(4) ให้ผู้เรียนอภิปรายร่วมกันและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสนอแนวคิดที่หลากหลาย

5. การวัดและประเมินผลทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

5.1 หลักการวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี , กระทรวงศึกษาธิการ (2546 : 12-15) ได้กล่าวการวัดผลประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ มีหลักการสำคัญ ดังนี้

1) การวัดผลประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่อง ควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ โดยอาจใช้คำถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ ความเข้าใจ ด้านเนื้อหา ส่งเสริมให้เกิดทักษะกระบวนการคณิตศาสตร์ ดังตัวอย่างคำถามต่อไปนี้

“นักเรียนแก้ปัญหานี้ ได้อย่างไร”

“ใครมีวิธีการนอกเหนือไปจากนี้บ้าง”

“นักเรียนคิดอย่างไรกับวิธีการที่เพื่อนเสนอ”

ซึ่งการกระตุ้นด้วยคำถามที่เน้นการคิด จะทำให้เกิดการปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนด้วยกันเองและระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น นอกจากนี้ผู้สอนยังสามารถใช้คำตอบของผู้เรียนเป็นข้อมูลเพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจ และพัฒนาการด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

2) การวัดผลประเมินผลต้องสอดคล้องกับคุณภาพของผู้เรียนที่ระบุไว้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ และจะต้องสอดคล้องกับตัวชี้วัด ซึ่งกำหนดไว้ในหลักสูตรที่สถานศึกษาใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน ทั้งนี้ผู้สอนจะต้องกำหนดวิธีการวัดผลประเมินผล เพื่อใช้ตรวจสอบว่าผู้เรียนได้บรรลุผลตามตัวชี้วัดตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ และต้องแจ้งผลการเรียนรู้ในแต่ละเรื่องให้ผู้เรียนทราบ โดยทางตรงหรือทางอ้อม เพื่อให้ผู้เรียนไปปรับปรุงตนเอง

3) การวัดผลประเมินผลต้องครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ความคิด ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ตามสาระการเรียนรู้ที่จัดไว้ในหลักสูตรของสถานศึกษา โดยเน้นการเรียนรู้ด้วยการทำงานหรือทำกิจกรรมที่ส่งเสริมให้เกิดสมรรถภาพทั้ง 3 ด้าน งานหรือกิจกรรมดังกล่าว ควรมีลักษณะ ดังนี้

- (1) สาระในงานหรือกิจกรรมต้องใช้ในการเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่อง
- (2) ทางเลือกในการดำเนินงานหรือการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธี
- (3) เงื่อนไขหรือสถานการณ์ของปัญหาที่เป็นปลายเปิด เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความสามารถตามศักยภาพของตน
- (4) งานหรือกิจกรรมต้องเอื้ออำนวยให้ผู้เรียนได้ใช้การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอในรูปแบบต่างๆ เช่น การพูด การเขียน การวาดรูป
- (5) งานหรือกิจกรรมควรมีความใกล้เคียงกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นความเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ซึ่งจะก่อให้เกิดความตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์

4) การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ต้องช่วยให้ข้อสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียน ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้เครื่องมือและวิธีการที่เหมาะสมอย่างหลากหลาย เช่น การมอบหมายให้ทำการบ้าน การเขียนแบบบันทึกทางคณิตศาสตร์ (math note) การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ การจัดทำแฟ้มสะสมงาน การทำโครงการ รวมทั้งการให้ผู้เรียนได้ประเมินตนเอง และนำผลที่ได้ไปตรวจสอบกับผลการเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ เพื่อช่วยให้ผู้สอนได้มีข้อสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียนอย่างครบถ้วน การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ข้อสนเทศดังกล่าวสามารถทำได้ 3 ลักษณะ ดังนี้

- (1) การประเมินเพื่อวินิจฉัยผู้เรียน มีจุดประสงค์เพื่อตรวจสอบความรู้ ความสามารถและค้นหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของผู้เรียน ด้วยการสังเกต การสอบปากเปล่า หรือการใช้แบบทดสอบเพื่อวินิจฉัย ทั้งนี้คำถามหรืองานที่มอบหมายควรมีความสัมพันธ์กับเนื้อหาสาระที่เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้ และครอบคลุมทักษะกระบวนการหรือความสามารถทางคณิตศาสตร์ด้วย
- (2) การประเมินเพื่อให้ได้ข้อมูลป้อนกลับ มีจุดประสงค์เพื่อตรวจสอบผู้เรียนถึงการบรรลุผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง โดยเน้นการวัดผลประเมินผลตามสภาพจริงที่ครอบคลุมทั้งการทดสอบ การนำเสนอผลงานในชั้นเรียน การทำโครงการ การแก้ปัญหา การอภิปรายในชั้นเรียนหรือการทำภาระงานที่ได้รับมอบหมาย
- (3) การประเมินเพื่อตัดสินผลการเรียน มีจุดประสงค์เพื่อตรวจสอบความรู้ ความเข้าใจ การประยุกต์ใช้ความรู้ความสามารถของผู้เรียนในรายวิชานั้น วิธีการประเมินควร

พิจารณาจากการปฏิบัติงาน และการทดสอบที่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของรายวิชาหรือมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น

เครื่องมือวัดผลประเมินผลการเรียนรู้ที่ใช้ในการประเมินตามจุดประสงค์หนึ่ง อาจไม่สามารถนำมาใช้กับอีกจุดประสงค์หนึ่งได้ เช่น แบบทดสอบเพื่อการแข่งขันหรือเพื่อการคัดเลือกที่มีความยากง่ายและมีจำนวนข้อคำถามเหมาะสมกับผู้เรียนบางกลุ่มอาจไม่เหมาะสมที่จะนำมาใช้กับผู้เรียนทุกคน และไม่ควรรนำผลการคัดเลือกจากการแข่งขันมาใช้ในการตัดสินผลการเรียนรู้

5) การวัดผลประเมินผลเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความรู้หรือรสนในการปรับปรุงความสามารถทางคณิตศาสตร์ โดยมีจุดประสงค์เพื่อนำผลการประเมินมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน รวมทั้งปรับปรุงการสอนของผู้สอนให้มีประสิทธิภาพ จึงต้องวัดผลประเมินผลอย่างสม่ำเสมอและนำผลที่ได้มาใช้ในการพัฒนาการเรียนการสอน ซึ่งจะแบ่งการประเมินผลเป็น 3 ระยะ ดังนี้

(1) การวัดผลประเมินผลก่อนเรียน เป็นการประเมินผลที่กำหนดไว้ก่อนเริ่มต้นการสอนแต่ละหน่วยหรือแต่ละบทตามจุดมุ่งหมายการสอน

(2) การวัดผลประเมินผลระหว่างเรียน หรือการวัดผลประเมินผลเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน เป็นการวัดผลประเมินผลความรู้ความสามารถของผู้เรียนตามผลการเรียนรู้ที่กำหนดไว้สำหรับการเรียนรู้แต่ละบทเรียนหรือแต่ละหน่วย

(3) การวัดผลประเมินผลหลังเรียน เพื่อนำผลที่ได้ไปใช้สรุปผลการเรียนรู้ หรือเป็นการวัดผลประเมินผลแบบสรุปรวบยอดหลังจากจบหน่วยการเรียน/ภาคการศึกษา/ปีการศึกษา

กรมวิชาการ (2544, อ้างใน อภิรักษ์ อติพลอักษรพันธุ์, 2548 : 21) ได้กล่าวถึงการประเมินผลกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ต้องยึดหลักการสำคัญ ดังนี้

1) การประเมินผลต้องทำอย่างต่อเนื่องและควบคู่กับกระบวนการเรียนการสอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น เป็นการจัดกิจกรรมที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติจริง ดังนั้น การใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็น การให้เหตุผล จะช่วยให้ผู้สอนสามารถใช้คำตอบของผู้เรียนเป็นข้อมูลพื้นฐานในการประเมินผลความรู้ความเข้าใจ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้

2) การประเมินต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และเป้าหมายการเรียนรู้ จุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้ นั้น เป็นผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ผู้สอนกำหนดไว้เมื่อผู้เรียนจบการเรียนรู้ในแต่ละระดับชั้น ดังนั้น จึงเป็นหน้าที่ของผู้สอนที่จะต้องประเมินผลตามจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้

3) การประเมินผลทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญเทียบเท่ากับการวัดความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหา

4) การประเมินผลการเรียนรู้ ต้องนำไปสู่ข้อมูลสารสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียน รอบด้าน การวัดและประเมินผลไม่ใช่การให้ผู้เรียนทำแค่เพียงแบบทดสอบ ซึ่งให้ข้อมูลเพียงด้านเดียว แต่ต้องใช้เครื่องมือการวัดและวิธีการที่หลากหลาย เช่น การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ แบบฝึกหัด โครงการงาน บันทึกของผู้เรียน การประเมินตนเอง เพื่อให้ข้อมูลในการวัดและการประเมินผลมีหลากหลาย

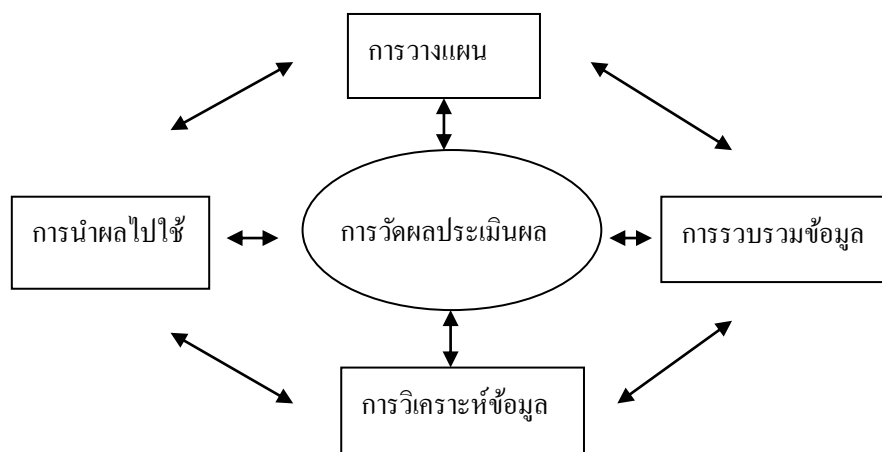
5) การประเมินผลการเรียนรู้ ต้องเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียน มีความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตน ผู้สอนจะต้องสร้าง เครื่องมือวัดและประเมินผลหรือวิธีการวัดที่ท้าทาย และส่งเสริมให้ผู้เรียนกระตือรือร้นในการหา ความรู้มากยิ่งขึ้น

จรรยา ภูอุดม (2545 : 26-28; อ่างใน พิมพ์พร ไชยฤกษ์ 2552: 79) กล่าวว่า การวัดผลและการประเมินการเรียนรู้ไม่ควรเป็นเพียงเครื่องมือในการตัดสินผลการเรียนหรือประเมิน ความก้าวหน้าในการเรียนของผู้เรียนเพียงอย่างเดียว แต่การนำมาใช้ในการพัฒนาการจัดกิจกรรม การเรียนการสอน และการบริหารหลักสูตรให้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ การวัดและประเมินผล การเรียนจึงต้องเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้เครื่องมือ และวิธีการที่หลากหลาย เครื่องมือในการวัดไม่ควรใช้เพียงแบบทดสอบเพียงอย่างเดียว โดยเฉพาะ การวัดและประเมินผลเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งเป็น กระบวนการที่ซับซ้อน การใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบตามปกติที่ผ่านมาอาจจะวัดได้ยาก แบบทดสอบที่ใช้อาจต้องใช้การเขียนเพื่อสะท้อนให้เห็นวิธีคิดของนักเรียนมากขึ้น การเขียน สะท้อนความคิดโดยให้ผู้เรียน การสัมภาษณ์หรือประเมินจากงานที่มอบหมายให้ทำเป็นรายบุคคล หรือกลุ่มย่อย การสังเกตพฤติกรรมขณะร่วมกิจกรรมการเรียนการสอน หรือคู่มือร่องรอยความสามารถ ของงานที่ปรากฏ คำถามหรืองานอาจอยู่ในรูปสถานการณ์หรือปัญหา

จึงสรุปหลักการสำคัญของการวัดและประเมินผลได้ว่า การวัดและประเมินผลเกี่ยวกับ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้น ต้องทำอย่างต่อเนื่องและควบคู่กับกระบวนการเรียน การสอน เป็นการจัดกิจกรรมที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติจริง การประเมินต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์ การเรียนรู้และเป้าหมายการเรียนรู้ โดยใช้เครื่องมือและวิธีการที่หลากหลาย

5.2 ขั้นตอนของการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีขั้นตอนและวิธีการที่หลากหลายและแตกต่างกันตามจุดมุ่งหมายและความต้องการของผู้ประเมิน ทั้งนี้ การวัดผลประเมินผลในแต่ละขั้นตอนต้องมีความสัมพันธ์กัน ดังแผนภาพ 1 (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ,กระทรวงศึกษาธิการ, 2546 : 15-16)



ภาพ 1 ความสัมพันธ์ของขั้นตอนการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

จากความสัมพันธ์ของแต่ละด้าน มีรายละเอียด ดังนี้

1) การวางแผนการวัดผลประเมินผล โดยผู้สอน ผู้เรียนและผู้เกี่ยวข้องร่วมกันกำหนดรายละเอียดสำคัญที่ประกอบด้วย

- (1) จุดประสงค์ของการนำข้อมูลสารสนเทศที่ได้จากการวัดผลประเมินผลไปใช้
- (2) กรอบของสาระการเรียนรู้และทักษะกระบวนการที่ต้องการวัดผลประเมินผล
- (3) การเก็บรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูล
- (4) เกณฑ์การจัดสินสมรรถภาพของผู้เรียน
- (5) รูปแบบที่ใช้ในการสรุป ตัดสินและรายงานผล

2) การรวบรวมข้อมูล ในการจัดการเรียนการสอนจะต้องคำนึงถึงการประเมินผลควบคู่ไปกับการใช้เครื่องมือวัดผลประเมินผลที่เหมาะสม เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลให้สอดคล้องกับแผนที่วางไว้ ทั้งนี้ ผู้สอนและผู้เกี่ยวข้องจะต้องสร้างเครื่องมือวัดผลประเมินผลที่หลากหลายตามสภาพจริง มีการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่สอดคล้องกับการประเมินสมรรถภาพของผู้เรียนทั้งด้านความรู้ความคิด ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และคุณลักษณะที่พึงประสงค์

3) การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้สอนจะต้องนำข้อมูลที่รวบรวมได้ มาวิเคราะห์เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับผลการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่ม ตามประเภทของงานและมาตรฐานการเรียนรู้ พร้อมทั้งเก็บบันทึกข้อมูลไว้เป็นหลักฐาน

4) การนำผลไปใช้ ผู้สอนและผู้เกี่ยวข้องสามารถนำผลที่ได้จากการวิเคราะห์ไปใช้ตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้

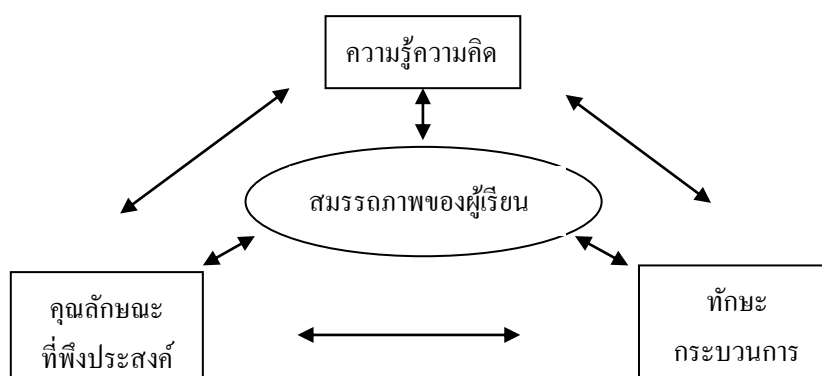
ทั้งนี้ ถ้าผู้สอนหรือผู้เกี่ยวข้อง พบว่า มีขั้นตอนใดของการวัดผลประเมินผลหรือผลที่ได้ ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ ก็สามารถปรับปรุงแก้ไขได้

5.3 การวัดและประเมินผลสมรรถภาพของผู้เรียนคณิตศาสตร์

การวัดและประเมินสมรรถภาพของผู้เรียนในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ จึงมีองค์ประกอบที่สำคัญของการประเมินที่สอดคล้องสัมพันธ์โดยตรงกับการประเมินตามสภาพจริง ซึ่งการประเมินตามสภาพจริง เป็นการประเมินผลงานจากหลักฐานร่องรอยหรือผลที่ได้จากการเรียนรู้ ด้วยวิธีการที่หลากหลาย เช่น การสังเกต การบันทึก การทดลอง และการเก็บรวบรวมข้อมูลจากผลงานที่ผู้เรียนลงมือปฏิบัติจริง เพื่อให้ได้ข้อมูลที่แสดงถึงสมรรถภาพของผู้เรียนอย่างเพียงพอและตรงตามความจริง การประเมินตามสภาพจริงควรให้ความสำคัญกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนที่สอดคล้องกับคุณภาพของผู้เรียนแต่ละคนตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานที่กำหนดเป้าหมายไว้ ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี , กระทรวงศึกษาธิการ, 2546 : 17)

- 1) เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างเต็มตามความสามารถของตนเอง
- 2) เพื่อให้การประเมินสอดคล้องกับสถานการณ์หรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง
- 3) เพื่อให้สามารถค้นหาจุดเด่นของผู้เรียนและส่งเสริมให้เกิดการพัฒนาได้อย่างเต็มศักยภาพ
- 4) เพื่อให้ทราบข้อบกพร่องของผู้เรียนและนำไปปรับปรุงแก้ไขได้ทันเวลา

ดังนั้น การประเมินตามสภาพจริงของผู้เรียนจะช่วยพัฒนาและส่งเสริมสมรรถภาพของผู้เรียนที่ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ ดังภาพความสัมพันธ์ ต่อไปนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี , กระทรวงศึกษาธิการ, 2546 : 17)



ภาพ 2 ความสัมพันธ์ของการประเมินสมรรถภาพของผู้เรียน

จากภาพ 2 สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ,กระทรวงศึกษาธิการ (2546 : 18-20) จึงได้แจกแจงรายละเอียดของการประเมินสมรรถภาพของแต่ละด้าน เป็นพฤติกรรมที่แสดงออกของผู้เรียนในด้านต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. ด้านความรู้ความคิด

ความรู้ความคิดของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นการพัฒนาสมรรถภาพของผู้เรียนที่แสดงออกด้วยพฤติกรรมต่างๆ ดังนี้

สมรรถภาพ	พฤติกรรมแสดงออก
1. ความรู้ความจำ	-บอกรับทนิยาม ทฤษฎีบท และข้อตกลงต่างๆ
2. ความเข้าใจ	-อธิบายและยกตัวอย่างประกอบ
3. การนำไปใช้	-นำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง
4. การวิเคราะห์	-แยกแวกคิดที่ซับซ้อนออกเป็นส่วนๆ
5. การสังเคราะห์	-รวบรวมความรู้ ข้อเท็จจริง และลงข้อสรุปหรือสร้างองค์ความรู้ใหม่
6. การประเมินค่า	-เปรียบเทียบความรู้ และตัดสินใจหรือสรุปเพื่อการเลือกตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

เพราะฉะนั้น การวัดผลประเมินผลด้านความรู้ความคิด จะต้องพิจารณาจากจุดมุ่งหมายของการประเมินผลที่กำหนดไว้แล้ว โดยพิจารณาจากพฤติกรรมแสดงออกตามที่ระบุไว้ในหลักสูตรการเรียนรู้

2. ด้านทักษะกระบวนการ

ทักษะกระบวนการ เป็นสมรรถภาพที่จำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างยิ่ง ซึ่งประกอบด้วย ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์จึงประเมินได้จากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของแต่ละทักษะ ดังนี้

ทักษะกระบวนการ	พฤติกรรมแสดงออกตามขั้นตอนของทักษะ
1. การแก้ปัญหา	<ul style="list-style-type: none"> -ทำความเข้าใจกับปัญหา โดยระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปร และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร -สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้ -ตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบ -ตรวจสอบความถูกต้องและความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหา -ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหา
2. การให้เหตุผล	<ul style="list-style-type: none"> -รวบรวมความรู้ที่เกี่ยวข้องในกระบวนการแก้ปัญหา -เลือกใช้ความรู้เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและลงข้อสรุป -ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล
3. การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ	<ul style="list-style-type: none"> -เลือกรูปแบบการสื่อสารสื่อความหมายและนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม -ใช้ข้อความ ศัพท์ สูตร สมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากล -บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล -สรุปสาระสำคัญที่ได้จากการค้นหาความรู้จากแหล่งเรียนรู้ -เสนอความคิดเห็นที่เหมาะสมกับปัญหา
4. การเชื่อมโยง	<ul style="list-style-type: none"> -เปรียบเทียบความรู้ของแต่ละสาระ -เชื่อมโยงสถานการณ์จริงกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ -หาข้อสรุปจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ -เชื่อมโยงความรู้ในแต่ละสาระทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้โมทัศน์ที่ซับซ้อน -สรุปสาระสำคัญที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ
5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	<ul style="list-style-type: none"> -ใช้ความรู้หรือมโนทัศน์เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ -สร้างสรรค์ตัวแบบทางคณิตศาสตร์หรือชิ้นงานที่มีประโยชน์ต่อการเรียนรู้

3. ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

คุณลักษณะที่พึงประสงค์ของผู้เรียนที่ได้จากการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

- 3.1 การทำงานอย่างเป็นระบบ
- 3.2 มีระเบียบวินัย
- 3.3 มีความรอบคอบ
- 3.4 มีความรับผิดชอบ
- 3.5 มีวิจารณญาณ
- 3.6 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
- 3.7 ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

จึงสรุปได้ว่า การวัดและประเมินผลสมรรถภาพของผู้เรียนทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ ด้านความรู้ ความคิด ด้านทักษะกระบวนการ และด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ นั้น จะต้องกระทำให้ครอบคลุมสมรรถภาพที่พึงประสงค์ ซึ่งลักษณะของการประเมินที่เป็นไปได้ ต้องดำเนินการ ดังนี้

- 1) การประเมินโดยผู้สอน เป็นการประเมินผลการเรียนรู้โดยผู้สอนเป็นผู้สร้างเครื่องมือและเป็นผู้วัดผลประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน
- 2) การประเมินโดยผู้สอนและผู้เรียน เป็นการประเมินผลการเรียนรู้โดยผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันกำหนดเป้าหมาย ขอบเขต และเกณฑ์ต่างๆของการประเมิน รวมทั้งประเมินผลงานร่วมกัน
- 3) การประเมินโดยผู้เรียน เป็นการประเมินผลการเรียนรู้โดยผู้เรียนเป็นผู้กำหนดเป้าหมาย ขอบเขต และสร้างผลงาน รวมทั้งประเมินผลงานด้วยตนเอง

5.4 เครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินผลคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2546 : 21) ได้กล่าวถึง เครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินผลคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับวิธีการวัดผลประเมินผลทั้ง 3 ลักษณะ คือ ความรู้ความคิด กระบวนการ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ นั้น จึงสามารถจำแนกเครื่องมือได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

- 1) แบบทดสอบ เป็นเครื่องมือวัดผลที่ผู้สอนสร้างขึ้น เพื่อใช้ทดสอบผู้เรียน ซึ่ง ประกอบด้วย แบบทดสอบประเภทต่างๆ ได้แก่ แบบเลือกตอบ แบบถูกผิด แบบจับคู่ แบบเปรียบเทียบ แบบเติมคำ แบบเขียนตอบ แบบต่อเนื่อง แบบตอบสองขั้นตอน และแบบแสดงวิธีทำ

2) ภาระงานที่ได้รับมอบหมาย เป็นเครื่องมือวัดผลที่ผู้สอนและผู้เรียนอาจมีส่วนร่วมร่วมกันกำหนดขอบเขตและเกณฑ์ต่างๆ ในการทำงาน ซึ่งประกอบด้วย แบบฝึกหัดปัญหาทางคณิตศาสตร์ การศึกษาค้นคว้าทางคณิตศาสตร์ และการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ แฟ้มสะสมงานและโครงการคณิตศาสตร์เป็นภาระงานที่ได้รับมอบหมายที่ผู้สอน ผู้เรียน และผู้เกี่ยวข้องอื่นๆ อาจมีการร่วมกันประเมินผลของผู้เรียนตามความเหมาะสม

สำนักทดสอบทางการศึกษา (2545) ได้แบ่งเครื่องมือประเมินผลการเรียนรู้ตามกระบวนการจัดการเรียนรู้ดังนี้

1) การประเมินด้วยการสื่อสารระหว่างบุคคล ได้แก่ การถามตอบ การสนทนา พูดคุย การสอบปากเปล่า การอ่านบันทึกเหตุการณ์ การตรวจแบบฝึกหัดหรือการบ้าน

2) การประเมินจากการปฏิบัติ ได้แก่ แบบวัดพฤติกรรม แบบสังเกตพฤติกรรม แบบตรวจสอบรายการ เกณฑ์การให้คะแนน เป็นต้น

3) การประเมินสภาพจริง ได้แก่ ผลงาน แบบการสังเกต เป็นต้น

4) การประเมินด้วยแฟ้มงาน

ประพนธ์ จำเริญ (2547) ได้กล่าวถึง วิธีการประเมินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 วิธี ได้แก่

1) การสังเกตและตั้งคำถามผู้เรียน

2) การประเมินจากรายงานของผู้เรียน

3) การกำหนดให้ผู้เรียนเขียนรายงานทางคณิตศาสตร์

4) การใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบ และข้อสอบแบบตอบสั้นๆ

5.5 เทคนิควิธีการวัดและประเมินผลทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2544 : 207; อ่างใน พิมพ์ ไชยฤกษ์ 2552 : 79-80) ได้กล่าวถึง การประเมินผลทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญเท่าเทียมกับการวัดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา ผู้สอนต้องออกแบบงานหรือกิจกรรม ซึ่งส่งเสริมให้เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจใช้เทคนิควิธีการสังเกต สัมภาษณ์ หรือตรวจสอบคุณภาพผลงานเพื่อประเมินความสามารถของผู้เรียน งานหรือกิจกรรมการเรียนรู้บางกิจกรรมอาจครอบคลุมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลายด้าน ดังนั้น งานหรือกิจกรรมจึงควรมีลักษณะ ดังนี้

1) สาระในงานหรือกิจกรรมอาศัยการเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่อง

2) ทางเลือกในการดำเนินงานหรือแก้ปัญหาได้หลายวิธี

3) เงื่อนไขหรือสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด ที่ให้ผู้เรียนที่มีความสามารถต่างกัน มีโอกาสแสดงกระบวนการคิดตามความสามารถของตน

4) งานหรือกิจกรรมต้องเอื้ออำนวยให้ผู้เรียนได้ใช้กระบวนการสื่อสาร
สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอในรูปแบบการพูด การเขียน การวาดรูป เป็นต้น
ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544 : 50) กล่าวถึง เทคนิคการวัดและประเมินผลทักษะ
กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ต้องขึ้นอยู่กับองค์ประกอบ ดังนี้

- 1) ประเภทของทักษะการแก้ปัญหาหรือผลได้ที่ปรากฏซึ่งต้องการวัด
- 2) จำนวนนักเรียนที่จะประเมิน
- 3) เวลาที่ใช้ในการประเมิน
- 4) ประสิทธิภาพของครูในการสอนและการประเมิน
- 5) ความต้องการในการใช้ผลของการประเมิน
- 6) เครื่องมือการประเมินที่จะหาได้

จรรยา ภูอุดม (2545 : 27-28) กล่าวว่า การวัดและประเมินทักษะกระบวนการ
ทางคณิตศาสตร์ โดยทั่วไปสามารถกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนได้ 2 ลักษณะ คือ

1) ให้คะแนนแบบพิจารณาคุณภาพขององค์ประกอบย่อย (Analytic Scoring
Rubric) การให้คะแนนแบบนี้ จะให้ความสำคัญกับขั้นตอนต่างๆ ในการแก้ปัญหาหรือการหาคำตอบ การให้คะแนนและวิเคราะห์งานจะแบ่งออกเป็นองค์ประกอบย่อย และกำหนดคะแนน
สำหรับองค์ประกอบตามความสำคัญ การให้คะแนนแบบนี้ จึงทำให้เห็นจุดเด่นและจุดด้อยของ
ผู้เรียนในแต่ละองค์ประกอบ

2) ให้คะแนนแบบพิจารณาคุณภาพรวม (Holistic Scoring Rubric) การให้คะแนน
แบบนี้ จะให้คะแนนแบบองค์รวม หรือมองภาพรวมของงานทั้งหมด โดยถือว่า ทุกองค์ประกอบ
ย่อยหรือทุกขั้นตอนมีน้ำหนักความสำคัญเท่ากัน การให้คะแนนแบบนี้ เหมาะกับปัญหาที่ให้
ความสำคัญกับกระบวนการคิดและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2544 : 115) ได้เสนอวิธีการให้คะแนนการประเมินการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- 0 คะแนน หมายถึง การที่ไม่ได้แสดงความพยายามในการแก้ปัญหาเลย
- 1 คะแนน หมายถึง การแสดงความพยายามในการแก้ปัญหบ้าง แต่ไม่ได้
แสดงความก้าวหน้าในการหาคำตอบที่ถูกต้อง
- 2 คะแนน หมายถึง กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ถึงแม้จะยังไม่ได้คำตอบ
- 3 คะแนน หมายถึง การใช้กระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องแต่คำนวณผิดพลาดเล็กน้อย
- 4 คะแนน หมายถึง การใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ทำให้ได้คำตอบ
ที่ถูกต้องและมีการอธิบายคำตอบนั้น

พิมพ์พร ไชยฤกษ์ (2552 : 81-82) ได้กล่าวสรุปว่า การวัดและประเมินผลทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนได้ 2 ลักษณะ คือ

- 1) ให้คะแนนแบบพิจารณาคุณภาพขององค์ประกอบย่อย (Analytic Scoring Rubric)
- 2) ให้คะแนนแบบพิจารณาคุณภาพรวม (Holistic Scoring Rubric)

ดังนั้น แนวทางการวัดและประเมินผลทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จึงใช้รูปแบบการให้คะแนนแบบพิจารณาคุณภาพรวม โดยถือว่า องค์ประกอบย่อยๆหรือทุกขั้นตอนจะมีน้ำหนักความสำคัญเท่ากัน การให้คะแนนแบบนี้ จึงเหมาะสมกับปัญหาที่ให้ความสำคัญกับกระบวนการคิด และสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

จึงสรุปได้ว่า สิ่งสำคัญที่เกี่ยวกับการวัดและประเมินผลทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ถือเป็นความรับผิดชอบของครูผู้สอน ที่ต้องค้นหาว่า นักเรียนคิดอย่างไรเกี่ยวกับงานของเขา ครูไม่ควรเป็นผู้ตัดสินว่าถูกหรือผิด แต่ต้องเป็นผู้นำนักเรียนไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้องและพยายามช่วยเหลือให้นักเรียนได้เกิดการพัฒนาทางความคิดเชิงคณิตศาสตร์ ครูต้องเสริมให้นักเรียนรู้จักทำงานกลุ่ม หรือรู้จักฟังการอธิบายของผู้อื่น ครูต้องตั้งคำถามถามนักเรียนในลักษณะที่เป็นการกระตุ้นให้เกิดการคิด หรือกระตุ้นให้เกิดการสนทนามากขึ้น เมื่อนักเรียนได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง ต้องไม่ถือว่าเป็นเรื่องผิดปกติ แต่ต้องถือเป็นสิ่งสำคัญเป็นพิเศษ ที่ครูจะต้องมีสมมุติฐานว่า กิจกรรมที่นักเรียนผู้นั้นทำขึ้นเป็นกิจกรรมที่มีความหมาย ถ้าเป็นไปได้ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนผู้นั้นได้ตรวจสอบหรือประเมินการหาคำตอบและค้นหาข้อผิดพลาดในการหาคำตอบของเขาเอง

เอกสารที่เกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้กับการสอนคณิตศาสตร์

บรูเนอร์ (Bruner ; อ้างใน มณฑา หิรัญบุญ 2549 : 14) สรุปว่า ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการค้นพบของ Bruner นั้น เขาเชื่อว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้ประมวลข้อมูลข่าวสารจากการที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและสำรวจสิ่งแวดล้อม ซึ่งวิธีที่ผู้เรียนใช้เป็นเครื่องมือในการค้นพบความรู้ นั้น ขึ้นอยู่กับพัฒนาการของผู้เรียน จึงเรียงลำดับพัฒนาการออกเป็น 3 ชั้น คือ

- 1) ชั้นการเรียนรู้จากการกระทำ (Enactive Level) เป็นชั้นที่เรียนรู้เกิดจากประสาทสัมผัส ดูตัวอย่าง และทำตามเป็นช่วง สามารถแก้ปัญหาได้แม้ว่าจะไม่สามารถที่จะอธิบายด้วยคำพูด เด็กในวัยนี้จำเป็นต้องมีโอกาสที่จะสามารถมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมด้วยตนเองและแสดงพฤติกรรม เพราะการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับพัฒนาการด้านการเรียนรู้และความคิด

2) ขั้นการเรียนรู้จากความคิด (Iconic Level) เด็กในขณะนี้ เมื่อเห็นสิ่งเร้าจะเกิดการรับรู้และเกิดภาพในสมอง จะใช้ภาพและการรับรู้ที่เกิดขึ้นนั้นแก้ปัญหาของตน จะใช้รูปภาพแทนของจริง และเริ่มที่จะสามารถใช้ภาษาและเข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ สามารถเรียกบางสิ่งบางอย่างรอบๆตัว แต่การใช้ภาษาของเด็กในวัยนี้มักใช้ภาษาที่เกี่ยวข้องกับตนเอง

3) ขั้นการเรียนรู้สัญลักษณ์และนามธรรม (Symbolic Level) ขั้นนี้เด็กเข้าใจลักษณะของสิ่งเร้าได้ดีขึ้น สามารถแยกลักษณะของตัวเลือก (Alternative) ได้อย่างรวดเร็ว ทั้งยังสามารถสรุปหรืออภิปรายทั้งที่เป็นสิ่งเร้าเป็นนามธรรมและเป็นสัญลักษณ์ ทั้งยังใช้เป็นเครื่องมือในการคิด

ซึ่งขั้นการเรียนรู้ทั้ง 3 ขั้นของ Bruner ถูกนำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ได้แก่ การจัดกระทำกับวัตถุ การใช้ภาพและการใช้สัญลักษณ์

เพียเจต์ (Piaget; อ้างใน มณฑา หิรัญบุญ 2549 : 12-13) ได้แบ่งขั้นตอนการพัฒนาทางสติปัญญาของมนุษย์ ออกเป็น 4 ขั้นใหญ่ๆ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการรับรู้ด้วยประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensorimotor stage) ขั้นนี้จะเริ่มจากแรกเกิดจนถึง 2 ปี เด็กจะเรียนรู้สิ่งรอบตัวได้ด้วยการสัมผัส การเคลื่อนไหวหรือการกระทำในระยะแรกๆ พฤติกรรมของเด็กจะอยู่ในรูปปฏิกิริยาสะท้อน (Reflex) เช่น การกำมือหรือดูดเต้า การดูด ซึ่งเป็นการเคลื่อนไหว หรือการกระทำที่ยังไม่มีจุดมุ่งหมายและไม่ได้ตั้งใจในระยะต่อมาพฤติกรรมที่เด็กแสดงออกจะเป็นการกระทำสิ่งต่างๆ อย่างตั้งใจหรือมีจุดมุ่งหมาย (Goal-directed actions) เด็กในขั้นนี้สนใจเฉพาะสิ่งที่มองเห็นหรือได้ยินหรือจับต้องได้ ยังไม่มีจินตนาการ สามารถรับรู้ได้ว่าสิ่งของที่พบเห็นนั้นมีขนาด รูปร่าง สี คงที่จะเริ่มแยกความแตกต่างและมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งของ และแยกความรู้สึกที่มีต่อบุคคลหรือสิ่งต่างๆ เมื่ออายุได้ประมาณ 1 ขวบ จะรู้ว่าวัตถุต่างๆ ที่มีรูปร่างคงที่นั้นอาจมีรูปร่างเปลี่ยนแปลงไปตามสภาพที่มองเห็น

ขั้นที่ 2 ขั้นก่อนการคิดแบบเหตุผล (Preoperational stage) ในขั้นนี้เด็กจะมีอายุประมาณ 2-7 ปี พัฒนาการทางภาษาจะก้าวหน้าขึ้นมาก แต่การแสดงออกทางภาษาและความ มักจะมีลักษณะที่ยึดตัวเองเป็นศูนย์กลาง (Egocentric) เด็กช่วงนี้จะมีขีดจำกัดในการรับรู้ จะสามารถพิจารณาหรือให้ความสนใจในสิ่งใดสิ่งหนึ่งได้ครั้งละ 1 มิติ (Centration) จึงมีผลให้เด็กในขั้นนี้ ไม่สามารถเข้าใจเรื่องการอนุรักษ์ปริมาณ (Conservation of quantity) ได้ จะไม่สามารถเข้าใจว่าสิ่งที่เท่ากัน แม้จะเปลี่ยนรูปร่างหรือแปรสภาพหรือเปลี่ยนที่วางนั้นจะยังคงเท่ากันอยู่

ขั้นที่ 3 ขั้นการคิดแบบเหตุผลเชิงรูปธรรม (Concrete operational stage) ขั้นนี้เริ่มจากอายุ 7 ปี ถึง 11 ปี เป็นระยะที่กำลังเรียนอยู่โรงเรียนประถมศึกษา เด็กในขั้นนี้จะมีความสามารถคิดเหตุและผลที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น โดยไม่ยึดอยู่เฉพาะการรับรู้เหมือนขั้นก่อนๆ จะสามารถเข้าใจถึงองค์ประกอบต่างๆ ที่รวมกันขึ้นเป็นส่วนรวมทั้งหมดสามารถคิดย้อนกลับ

(Reversibility) สามารถเข้าใจเรื่องการอนุรักษ์ (Conservation) สามารถจัดกลุ่มหรือประเภทของสิ่งของ (Classification) สามารถจัดเรียงอันดับของสิ่งของ (Seriation) และสามารถเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องเวลา (Time) ได้ เด็กในขั้นการคิดแบบเหตุผลเชิงรูปธรรมจะพัฒนาความก้าวหน้าจากขั้นก่อนการคิดแบบเหตุผลในหลายๆ เรื่อง เช่น สามารถพิจารณาสิ่งต่างๆ ได้ครั้งละหลายมิติ (Decentration) และพัฒนาจากการยึดตนเองเป็นศูนย์กลาง (Egocentrism) ไปสู่ความสามารถที่จะเข้าใจแนวคิดของสังครอบตัว และสามารถเข้าใจว่าผู้อื่นคิดอย่างไรมากขึ้น

แม้ว่าการคิดของเด็กในขณะนี้จะพัฒนาไปมากก็ตาม แต่ในการคิดยังต้องอาศัยพื้นฐานของการสัมผัสหรือสิ่งที่เป็นรูปธรรมอยู่ ยังไม่สามารถคิดสิ่งที่เป็นนามธรรมที่ซับซ้อนได้เหมือนผู้ใหญ่ อย่างไรก็ตามตอนปลายๆ ของขั้นนี้ เด็กจะเริ่มเข้าใจสาเหตุของเหตุการณ์รอบตัวและพร้อมจะแก้ปัญหาไม่เพียงแต่สิ่งที่สัมผัสได้หรือเป็นรูปธรรมเท่านั้น แต่จะเริ่มสามารถแก้ปัญหาโดยอาศัยการตั้งสมมติฐานและอาศัยหลักของความสัมพันธ์ในปัญหานั้นๆ ได้บ้าง

ขั้นที่ 4 ขั้นการคิดแบบเหตุผลเชิงนามธรรม (Formal operational stage) ตั้งแต่อายุ 11 ปีจนถึงวัยรุ่น ซึ่งเป็นขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิดขั้นสุดท้ายที่เป็นช่วงวัยที่เด็กสามารถที่จะคิดหาเหตุผลนอกเหนือไปจากข้อมูลที่มีอยู่ โดยพัฒนาสมมติฐานอย่างสมเหตุสมผลเกี่ยวกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ ซึ่งหมายถึงว่าในขณะนี้ เด็กจะมีความสามารถคิดหาเหตุผลได้เหมือนผู้ใหญ่ นั่นเอง

พัฒนาการทางสติปัญญา 4 ขั้นตอน Piaget นี้ จึงเป็นพื้นฐานในการลำดับความคิดความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของเด็ก

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงษ์ (2550 : 22-23) ได้กล่าวถึง ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1) ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน ทฤษฎีนี้เน้นการฝึกฝนให้ทำแบบฝึกหัด มากๆ ซ้ำจนเด็กจะคุ้นกับวิธีนั้น เพราะเชื่อว่าวิธีการดังกล่าวทำให้ผู้เรียนคณิตศาสตร์ได้ ฉะนั้น การสอนโดยเริ่มจากครูโดยให้ตัวอย่างบอกสูตรแล้วให้นักเรียนฝึกฝนทำแบบฝึกหัดให้หลายๆจนชำนาญ การฝึกฝนมีความจำเป็นในการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นวิชาทักษะ แต่ทฤษฎีนี้ยังมีข้อบกพร่องอีกมากมาย คือ

- (1) นักเรียนต้องจดจำ ท่องเกณฑ์ สูตร ซึ่งยาก
- (2) นักเรียนไม่อาจจดจำข้อเท็จจริงต่างๆ ที่เรียนมาได้หมด
- (3) นักเรียนมาได้เรียนอย่างเข้าใจ จึงเกิดความล้า และสับสนในการคิดคำนวณ

แก้ปัญหา และลืมสิ่งที่เรียนได้ง่าย

2) ทฤษฎีการเรียนรู้โดยบังเอิญ ทฤษฎีนี้มีความเชื่อว่า เด็กจะเรียนได้ดี ก็ต่อเมื่อมีความต้องการหรือความอยากรู้อย่างไรเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกิดขึ้น ฉะนั้น กิจกรรมการสอนเกิดขึ้นจากเหตุการณ์ที่

เกิดขึ้นนั้นในโรงเรียนหรือชุมชนซึ่งนักเรียนประสบการณ์กับตัวเอง ส่วนข้อบกพร่องในทฤษฎีคือ เหตุการณ์ที่เหมาะสมในการเรียนรู้ไม่ได้เกิดขึ้นบ่อยครั้ง ดังนั้น การจัดการเรียนการสอนในทฤษฎีนี้จะใช้ได้เป็นครั้งคราว ถ้าไม่มีเหตุการณ์ดังกล่าวเกิดขึ้นแล้วทฤษฎีก็จะไม่เกิดผล

3) ทฤษฎีแห่งความหมาย ทฤษฎีนี้เน้นความคิดคำนวณกับความเป็นอยู่ของเด็กเป็นหัวใจในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และเชื่อว่านักเรียนจะต้องเรียนรู้และเข้าใจกับสิ่งที่เรียนได้ดีเมื่อได้เรียนสิ่งที่มีความหมายแก่ตนเอง ทฤษฎีนี้เป็นที่ยอมรับว่ามีความเหมาะสม และนำไปสอนคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวางในปัจจุบัน

โสภณ บำรุงสงฆ์และสมหวัง ไตรตันวงษ์ (2550 : 22-23) ยังกล่าวถึง ข้อเปรียบเทียบของการสอนทฤษฎีแห่งความหมาย สำหรับวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้

- 1) ช่วยให้นักเรียนจดจำเนื้อหาได้แม่นยำ
- 2) ช่วยให้นักเรียนสามารถระลึกหรือรู้พื้นทักษะที่เลือนราง ไปแล้วกลับคืนมาได้อย่างรวดเร็ว
- 3) ช่วยให้นักเรียนสามารถนำความคิดและทักษะทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น
- 4) ช่วยให้นักเรียนได้ง่ายและสบายขึ้น โดยการจัดสิ่งที่เป็นพื้นฐานไว้เป็นระบบระเบียบที่ต่อเนื่องกัน ซึ่งจะทำให้เกิดการถ่ายโยงความรู้หรือความเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น
- 5) ลดการฝึกฝนลงเหลือเพียงฝึกฝนให้เกิดความสมบูรณ์ในการเรียนรู้เท่านั้น
- 6) ป้องกันไม่ให้นักเรียนตอบทางคณิตศาสตร์อย่างไม่น่าเป็นไปได้กินความจริง
- 7) ส่งเสริมเร้าใจในการเรียน โดยวิธีการแก้ปัญหา แทนการฝึกฝนจดจำโดยไม่เข้าใจ
- 8) เตรียมให้นักเรียนมีความสามารถ และความคล่องตัวในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆด้วยวิธีที่มีประสิทธิภาพ

9) ทำให้นักเรียนมีอิสระมีความเชื่อมั่นที่จะปะทะกับสถานการณ์ใหม่ๆ ทางจำนวนด้วยความมั่นใจจะเป็นไปได้ว่า ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูต้องคำนึงถึงทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับจิตวิทยาในการเรียนการสอนด้วยจึงจะสนองความต้องการของเด็กได้

ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivism) เป็นทฤษฎีพัฒนาการทางชีวปัญญาของเพียเจต์ (Piaget) และไวทสกี (Vygotsky) ที่มีรากฐานสำคัญในการสร้างความรู้ด้วยตนเอง (Constructivism) ซึ่ง สุมาลี ชัยเจริญ (2544; อ้างใน พัชรีย์ กาทำมา 2558 : 22-23) ได้กล่าวสรุปว่า แนวคิดสำคัญของทฤษฎีนี้ แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ Cognitive Constructivism และ Social Constructivism โดยมีรายละเอียดดังนี้

1) Cognitive Constructivism มีพื้นฐานแนวคิดมาจาก Piaget แนวคิดของทฤษฎีนี้ เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยการลงมือกระทำ ซึ่ง Piaget เชื่อว่า ถ้าผู้เรียนถูกกระตุ้นด้วยปัญหาที่ก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญา (Cognitive conflict) หรือที่เรียกว่า เกิดเสียความสมดุลทางปัญญา (Disequilibrium) ผู้เรียนต้องพยายามปรับ โครงสร้างทางปัญญา (Cognitive structuring) ให้เข้าสู่สภาวะที่สมดุล โดยวิธีการดูดซึม (Assimilation) ได้แก่การรับข้อมูลข่าวสารใหม่จากสิ่งแวดล้อมเข้าไปในโครงสร้างทางปัญญาเดิม หรือความรู้เดิมที่มีมาก่อนกับข้อมูลข่าวสารใหม่ จนกระทั่งผู้เรียนสามารถปรับ โครงสร้างทางปัญญาเข้าสู่สภาพสมดุล หรือสามารถที่จะสร้างความรู้ใหม่ขึ้นมาได้ หรือเกิดการเรียนรู้ขึ้นเอง

2) Social Constructivism เป็นทฤษฎีที่มีรากฐานมาจาก Vygotsky ซึ่งมีแนวคิดสำคัญที่ว่า “ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมมีบทบาทในการพัฒนาด้านพุทธิปัญญา” รวมทั้งแนวคิดเกี่ยวกับศักยภาพในการพัฒนาด้านพุทธิปัญญาที่อาจมีข้อจำกัดเกี่ยวกับช่วงของการพัฒนา ที่เรียกว่า Zone of proximal Development ถ้าผู้เรียนอยู่ต่ำกว่า Zone of proximal Development จำเป็นต้องได้รับการช่วยเหลือในการเรียนรู้ที่เรียกว่า Scaffolding และ Vygotsky เชื่อว่า ผู้เรียนสร้างความรู้โดยผ่านการปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับผู้อื่น ได้แก่ เด็กกับผู้ใหญ่ พ่อแม่ ครู และเพื่อน ในขณะที่เด็กอยู่ในบริบทของสังคมและวัฒนธรรม (Sociocultural) ซึ่งแนวคิดสำคัญของทฤษฎีนี้ จึงเกี่ยวข้องกับ

(1) ความรู้ คือ โครงสร้างทางปัญญาที่สามารถคลี่คลายสถานการณ์ปัญหาและใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา หรืออธิบายสถานการณ์อื่นที่เกี่ยวข้องได้

(2) นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยวิธีการต่างๆ กัน โดยอาศัยประสบการณ์เดิม โครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิม ความสนใจ และแรงจูงใจภายในของตนเองเป็นตัวเริ่มต้น

(3) ครูมีหน้าที่จัดการให้นักเรียนได้ปรับขยายโครงสร้างทางปัญญาของนักเรียนเอง ภายใต้สมมุติฐาน ดังนี้

- สถานการณ์ที่เป็นปัญหาและปฏิสัมพันธ์ทางสังคมก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญา

- ความขัดแย้งทางปัญญา เป็นแรงจูงใจภายในที่ทำให้เกิดกิจกรรมการไตร่ตรอง เพื่อจัดความขัดแย้งนั้นๆ

- การไตร่ตรองบนพื้นฐานแห่งประสบการณ์และโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่ภายใต้ปฏิสัมพันธ์ทางสังคม จะช่วยกระตุ้นให้มีโครงสร้างใหม่ทางปัญญา

จากแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้สำคัญๆ ดังกล่าว จึงสรุปประเด็นสำคัญในการนำมาสู่การพัฒนาการจัดการเรียนการสอนทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่เหมาะสมกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ได้ ดังตาราง 7

ตาราง 7 การวิเคราะห์ประเด็นความสำคัญของทฤษฎีการเรียนรู้กับการสอนคณิตศาสตร์

ทฤษฎีการเรียนรู้ โดยการค้นพบของ Bruner	การพัฒนาทาง สติปัญญาของ มนุษย์ (Piaget)	ทฤษฎีของการ เรียนรู้คณิตศาสตร์ (โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตัน วงศ์, 2550)	ทฤษฎีการเรียนรู้สร้าง ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivism)	สรุปประเด็น
1. พัฒนาการของ ผู้เรียน คือ ขั้นการเรียนรู้จาก การกระทำ (Enactive Level)	1. พฤติกรรมที่เด็ก แสดงออกจะเป็น การกระทำสิ่งต่างๆ อย่างตั้งใจหรือมีจุด มุ่งหมาย (Goal- directed actions)	1. การฝึกฝนมีความ จำเป็นในการสอน คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็น วิชาทักษะ	1. ผู้เรียนเป็นผู้สร้าง ความรู้ด้วยการลงมือ กระทำ	1. การเรียนรู้จากการ ฝึกฝนลงมือกระทำ กับสิ่งต่างๆ
2. การเรียนรู้จะ เกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้ ประมวลข้อมูล ข่าวสารจากการที่มี ปฏิสัมพันธ์กับ สิ่งแวดล้อมและ สำรวจสิ่งแวดล้อม	2. มีความสามารถคิด เหตุและผลที่ เกี่ยวข้องกับ ปรากฏการณ์ที่ เกิดขึ้น โดยไม่ยึดอยู่ เฉพาะการรับรู้ เหมือนขั้นก่อนๆ จะสามารถเข้าใจถึง องค์ประกอบต่างๆ	2. การเรียนรู้โดย บังเอิญ คือ เด็กจะ เรียนได้ดี ก็ต่อเมื่อมี ความต้องการหรือ ความอยากรู้เรื่องใด เรื่องหนึ่งที่เกิดขึ้น	2. การรับข้อมูลข่าวสาร ใหม่จากสิ่งแวดล้อมเข้า ไปในโครงสร้างทาง ปัญญาเดิม	2. การรับรู้ข้อมูล ข่าวสารใหม่จากการ ปฏิสัมพันธ์กับ สิ่งแวดล้อมและ สามารถคิดประมวล ข้อมูล ปรากฏการณ์ ใหม่ด้วยเหตุและผล
3. สามารถสรุปหรือ อภิปรายทั้งที่เป็นสิ่ง เร้าเป็นนามธรรม และเป็นสัญลักษณ์ ที่ใช้เป็นเครื่องมือ ในการคิด	3. คิดแบบเหตุผลเชิง รูปธรรม จัดกลุ่ม/ ประเภทของสิ่งของ เข้าใจสาเหตุของ เหตุการณ์รอบตัว และพร้อมจะ แก้ปัญหา	3. การเรียนรู้อย่างมี ความหมายจะช่วย ให้เข้าใจกับสิ่งที่ เรียนได้ดี เมื่อได้ เรียนสิ่งที่มี ความหมายแก่ ตนเอง	3. ไตร่ตรองบนพื้นฐาน แห่งประสบการณ์และ โครงสร้างทางปัญญาที่ มีอยู่ภายใต้ปฏิสัมพันธ์ ทางสังคม จะช่วย กระตุ้นให้มีโครงสร้าง ใหม่ทางปัญญา	3. ไตร่ตรอง สรุป อภิปรายสิ่งเร้าที่เป็น นามธรรม แก้ปัญหา จากการเรียนรู้ใหม่ ด้วยเหตุและผล ภายใต้การ ปฏิสัมพันธ์ทาง สังคมร่วมกัน

จากตาราง 7 สรุปได้ว่า ทฤษฎีการเรียนรู้ที่สัมพันธ์เกี่ยวข้องกับการสอนพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนต้องมุ่งเน้นให้ความสำคัญและฝึกฝนการเรียนรู้ให้กับนักเรียน ดังต่อไปนี้

1. ฝึกการเรียนรู้จากการฝึกฝนลงมือกระทำกับสิ่งต่างๆ
2. ฝึกการรับรู้ข้อมูลข่าวสารใหม่จากการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและสามารถคิดประมวลข้อมูล ปรากฏการณ์ใหม่ด้วยเหตุและผล
3. ฝึกไตร่ตรอง สรุปอภิปรายสิ่งเร้าที่เป็นนามธรรม ฝึกแก้ปัญหาจากการเรียนรู้ใหม่ด้วยเหตุและผลภายใต้การปฏิสัมพันธ์ทางสังคมร่วมกัน

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกระบวนการเรียนการสอนสาระคณิตศาสตร์

การจัดกระบวนการเรียนการสอนสาระคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนต้องให้ความสำคัญยิ่ง เนื่องจากสาระคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญที่จะทำให้มนุษย์มีกระบวนการคิดอย่างเป็นระบบ คิดอย่างมีเหตุผล สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ จนทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม ดังนั้นผู้พัฒนาจึงได้ทำการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับการจัดกระบวนการเรียนการสอนสาระคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาสู่การพัฒนาเทคนิควิธีการสอนที่เหมาะสมกับนักเรียน ดังต่อไปนี้

1. ความหมายของการจัดกระบวนการเรียนการสอน

ในการอธิบายของกระบวนการเรียนการสอนนั้นยังไม่พบว่ามีนักการศึกษาท่านใดที่ให้นิยามไว้อย่างชัดเจนมีนักการศึกษาต่างประเทศบางท่านกล่าวถึงประเด็นในส่วนที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ องค์ประกอบของการจัดการเรียนการสอน หรือกล่าวถึงกระบวนการในแง่ของปัจจัยนำเข้า กระบวนการ และผลผลิต ส่วนนักการศึกษาของไทยพบว่ามีเพียงท่านเดียวที่กล่าวถึงกระบวนการเรียนการสอนอย่างชัดเจน ดังนี้

วินน์ (Win,1993,p.6) ได้ให้ความหมายของกระบวนการเรียนการสอนว่า “เป็นระบบที่มีความสัมพันธ์อย่างมากในการตัดสินใจและให้ความเที่ยงตรงในการจัดการเรียนการสอนซึ่งต้องใช้จากประสบการณ์และแนวคิดทฤษฎี”

แลนดา (Landa, cited in Reigelutg, 1983,p. 58) กล่าวถึงกระบวนการเรียนการสอนสรุปได้ว่า เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่เริ่มต้นจากปัจจัยการเรียนการสอน ได้แก่ ครูแหล่งการเรียนการสอนที่ส่งผลให้เกิดการกระทำผู้เรียน โดยมีเป้าหมายที่เฉพาะเจาะจงทั้งคุณลักษณะทางจิตวิทยา และพฤติกรรม ดังนั้น กระบวนการเรียนการสอนจึงมีองค์ประกอบที่เป็นลักษณะเฉพาะ คือ “1) ผู้เรียนที่ต้องการและมีแรงจูงใจในการเปลี่ยนแปลง โดยสามารถตั้งเป้าหมายและกำกับตนเองได้ 2) คุณลักษณะทางจิตวิทยาและพฤติกรรมที่ต้องการเปลี่ยนแปลงและ 3) มีเป้าหมายที่เฉพาะเจาะจง”

กู๊ด (Good, 1973,p. 307) ได้ให้คำนิยามว่า กระบวนการเรียนการสอน คือ วิธีของการเรียนการสอนที่นำไปสู่การเปลี่ยนแปลงหรือการเรียนรู้ที่ต้องการ

ทิสนา แชมมณี (2544 : 8) ได้กล่าวถึงกระบวนการเรียนการสอนว่า “การสอนจำเป็นต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ เพราะกระบวนการสอนก็คือ กระบวนการที่ช่วยให้ผู้เรียนใช้กระบวนการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับสาระการเรียนรู้ที่ช่วยให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ได้ดี” และเห็นว่ากระบวนการสอนมีทั้งที่มีลักษณะเฉพาะทั่วไป (generic) ประยุกต์ใช้ได้อย่างกว้างขวางและกระบวนการสอนที่มีลักษณะเฉพาะสาขาวิชา (specific)

ทิสนา แชมมณี (2545 : 4) ยังได้กล่าวถึงกระบวนการเรียนการสอนว่า “ในความหมายที่แท้จริงแล้ว เป็นคนละเรื่องกับกระบวนการเรียนรู้แต่มีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดกระบวนการสอนเป็นขั้นตอนและวิธีการดำเนินการช่วยให้บุคคลอื่นเกิดการเรียนรู้ซึ่งต้องอาศัยความรู้/ความคิด/ความเชื่อ เกี่ยวกับกระบวนการเรียนรู้ของมนุษย์” นอกจากนั้นยังสรุปให้เห็นองค์ประกอบการเรียนการสอนว่า (ทิสนา แชมมณี 2545 : 27) “การสอนให้ได้ผลดีนั้นควรจะต้องเริ่มที่หลักการและจัดกระบวนการสอนให้สอดคล้องกับหลักการ โดยอาศัยรูปแบบการสอน วิธีการสอน และเทคนิคการสอน ซึ่งมีอยู่อย่างหลากหลายเข้ามาช่วยให้กระบวนการสอนเกิดประสิทธิภาพสูงสุด”

กระบวนการเรียนการสอนจึงเป็นองค์ประกอบหลักที่สำคัญในการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพและบรรลุตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้

โดยสรุปกระบวนการเรียนการสอน หมายถึง ขั้นตอนการเรียนการสอนรวมทั้งแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่จัดทำขึ้นตามหลักการของแนวคิดหรือทฤษฎี โดยอาศัยวิธีการสอนและเทคนิคการสอนที่สอดคล้องกับแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้

2. องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน

ในการศึกษาองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอนนั้นอาจพิจารณาได้จากแนวคิดของนักการศึกษาที่กล่าวมาและของ อเรนด์ (Arend, 1994,p.40) ที่ได้อธิบายองค์ประกอบของการเรียนการสอน โดยเรียงตามลำดับความสำคัญ คือ ครู จุดประสงค์ ผู้เรียน สิ่งแวดล้อมการเรียนการสอน การประเมินผล รวมทั้งรูปแบบกระบวนการสอนแบบต่างๆ ซึ่ง Reigelutg, (1983 cited in Winn, 1993,p.16) อธิบายการออกแบบการสอนว่า “เป็นกระบวนการซึ่งมีวิธีการคัดเลือกวิธีสอนเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ภายใต้เงื่อนไขที่ตั้งไว้” การออกแบบการสอนจึงมีความสัมพันธ์กับกระบวนการเรียนการสอน

เดวิส (Davis School Distric, 2000,p. 21) อธิบายองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอนว่า “มีลักษณะคล้ายกับรูปแบบ กล่าวคือ ประกอบด้วย เนื้อหา (จะสอนอะไร) วิธีการ (จะใช้สื่ออุปกรณ์ อย่างไร) และการประเมิน (การประเมินผลระดับการเรียนรู้ของผู้เรียนและความสำเร็จของการเรียนการสอน) ทั้งเนื้อหา วิธีการ และการประเมิน มีความทักษะ เจตคติและคุณค่าซึ่งเป็น

เป้าหมายหลักของการศึกษา ดังนั้นควรเป็นเนื้อหาที่เฉพาะเจาะจงและเหมาะสมกับความต้องการจำเป็น ความสนใจและเป้าหมายของผู้เรียน ถ้ากระบวนการเรียนการสอนประสบความสำเร็จ แสดงว่าเนื้อหานั้นเกี่ยวข้องและมีความหมายสำหรับผู้เรียน” ส่วนวิธีการอธิบายว่า “ต้องปรับตามความต้องการของผู้เรียนวิธีการเรียนรู้ของผู้เรียน และสิ่งสำคัญคือ การเรียนการสอนในทุกชั้นเรียนต้องใช้วิธีการ สื่อและอุปกรณ์การเรียนการสอนที่ได้การพิสูจน์ทดสอบแล้ว”

ดังนั้นกระบวนการเรียนการสอนจึงประกอบด้วยขั้นตอนการเรียนการสอน โดยมีที่มาหรือแนวคิดทฤษฎีที่ใช้วัตถุประสงค์ในการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาผู้เรียนในด้านต่างๆ

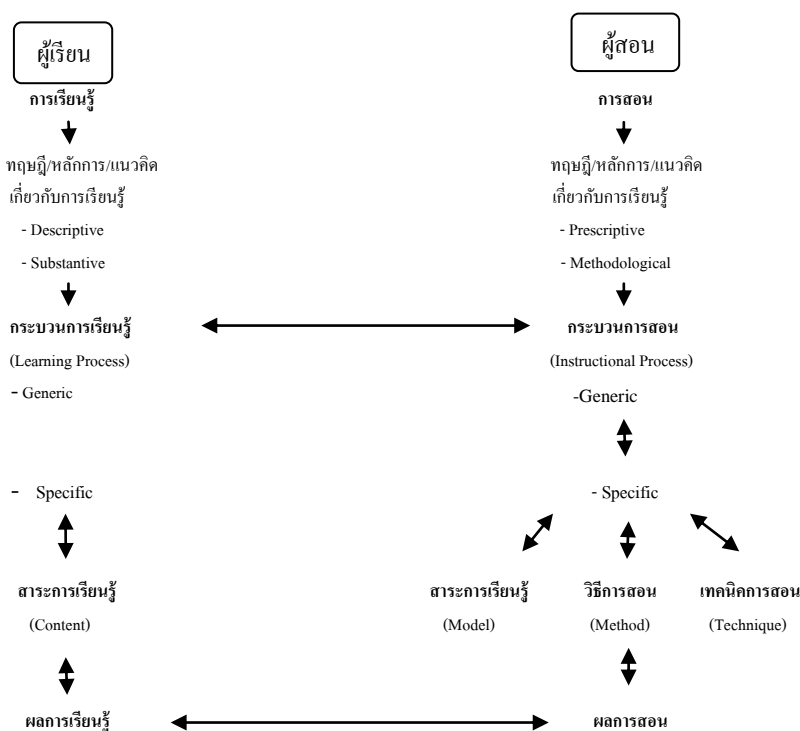
3. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

การศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนนั้นประกอบด้วยขั้นตอนของการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนได้มีนักการศึกษาอธิบายไว้ดังนี้

จอยส์และเวลล์ (Joyce and Weil, 1996,p. 21) ได้เสนอหลักการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนซึ่งนำมาประยุกต์ใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนในครั้งนี้ ไว้ดังนี้

- 1) รูปแบบการเรียนการสอนต้องมีทฤษฎีรองรับ เช่น ทฤษฎีจิตวิทยา
- 2) เมื่อพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนแล้ว ก่อนนำไปใช้ต้องมีการวิจัยเพื่อทดสอบ ทฤษฎีและตรวจสอบคุณภาพในลักษณะของการนำไปใช้ในสถานการณ์จริงและนำข้อค้นพบมาปรับปรุงแก้ไขแบบที่พัฒนาขึ้น
- 3) การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนอาจพัฒนาให้นำไปใช้ได้อย่างกว้างขวาง หรือใช้เฉพาะวัตถุประสงค์อย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้
- 4) การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนจะมีจุดมุ่งหมายหลักที่ใช้เป็นหลักในการพิจารณาเลือกรูปแบบ นั่นคือ ถ้าผู้ใช้นำรูปแบบการเรียนการสอนไปใช้ตรงกับจุดมุ่งหมายหลักจะทำให้เกิดผลสูงสุดแต่ก็สามารถนำรูปแบบไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ได้ ถ้าพิจารณาเห็นว่าเหมาะสม แต่อาจมีผลของรูปแบบน้อยลง

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนไม่พบว่ามีนักการศึกษาที่อธิบายขั้นตอนในการพัฒนาไว้อย่างชัดเจน จึงสามารถสรุปขั้นตอนของการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนจากความหมายและองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอนของนักการศึกษาดังที่กล่าวมาและพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างการเรียนรู้และการสอน ดังแผนภาพ 3



ภาพ 3 ความสัมพันธ์ระหว่างการเรียนรู้กับการสอน (ทิตินา แคมมณี, 2548)

ขั้นตอนการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน สรุปได้ดังนี้

1. ศึกษาวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับผู้เรียน สภาพแวดล้อมที่เกี่ยวข้อง เช่น ปัญหาการเรียนการสอน หลักสูตร เป็นต้น เพื่อกำหนดวัตถุประสงค์ในการพัฒนาผู้เรียน
2. ศึกษาทฤษฎี แนวคิด หรือหลักการ ที่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ในการพัฒนาผู้เรียน และปัญหาจากการศึกษาวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน
3. กำหนดขั้นตอนการเรียนการสอนตามแนวคิดทฤษฎีนั้นๆ และวิธีการดำเนินการจัดการเรียนการสอน โดยใช้วิธีและเทคนิคการสอนที่หลากหลายเพื่อช่วยให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้
4. ตรวจสอบและปรับปรุงประสิทธิภาพของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อให้กระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดหรือทฤษฎีนั้นๆ มีความเป็นไปได้และเหมาะสมสอดคล้องกับผู้เรียนและสภาพที่แท้จริงของการจัดการเรียนการสอน โดยให้เชี่ยวชาญผู้ตรวจสอบและนำไปทดลองใช้ เพื่อนำข้อมูลจากผลการทดลองใช้มาปรับปรุงกระบวนการเรียนการสอนและนำไปทดลองซ้ำโดยอาจทำได้หลายครั้งจนกว่าจะได้ผลเป็นที่พอใจ

ดังนั้นการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนจึงเป็นการวิจัยเชิงพัฒนา (Research and Development) เพื่อให้ได้กระบวนการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับสภาพที่แท้จริงของผู้เรียนและ

สภาพแวดล้อมของการจัดการเรียนการสอน จึงเป็นการนำกระบวนการเรียนการสอนไปทดลองซ้ำๆ ก่อนนำไปตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น

4. หลักการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

Brewer (1995; อ้างใน มณฑา หิรัญบัฏ 2549 : 16) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์สำหรับเด็กไว้ ดังนี้

- 1) ให้ออกสาเด็กมีส่วนร่วมในกิจกรรมที่กระตุ้นการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
 - 2) กระตุ้นให้เด็กใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในความเข้าใจเรื่องความสัมพันธ์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3) ช่วยให้เกิดพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ให้ตรงกับปัญหาและสิ่งแวดล้อม ด้วยการแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งต่างๆ
 - 4) ช่วยให้เกิดแสดงความคิดเห็นด้วยการให้เด็กได้เรียนรู้ด้วยความสามารถของตนเอง
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2527; อ้างใน มณฑา หิรัญบัฏ 2549 : 14) ให้แนวทางในการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ให้เด็กเรียนจากประสบการณ์จริง จากของจริง และจะต้องสอนจากรูปธรรมไปหานามธรรม ดังนี้

- 1) ขึ้นใช้ของจริง เมื่อเด็กได้นับหรือเปรียบเทียบสิ่งของ ควรใช้ของจริง
- 2) ขึ้นใช้รูปภาพแทนของจริง

พิสมัย ศรีอำไพ (2545 : 17-18) ได้กล่าวถึง หลักการสอน ดังนี้

- 1) ควรเริ่มจากวัตถุที่จับต้องได้ และประสบการณ์จริง
- 2) ใช้วิธีนำเข้าสู่เนื้อหาต่าง ๆ และมีบทประยุกต์ในสถานการณ์ที่ไม่เหมือนกัน
- 3) ใช้วิธีสอนแบบบันไดเวียน ไม่สอนเนื้อหาใดแล้วทิ้งไปเลย แต่สอนเนื้อหาเดียวกันในระดับต่างกัน
- 4) ใช้คำถามช่วยกระตุ้นให้นักเรียนคิด ค้นพบหลักเกณฑ์ด้วยตนเอง
- 5) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีระบบครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เป็นระบบ โดยคำนึงถึงโครงสร้างเนื้อหาเป็นสำคัญ

สิริพร ทิพย์คง (2545 : 110) ได้กล่าวถึง หลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า ครูจำเป็นที่จะต้องทราบหลักการสอนคณิตศาสตร์และนำสิ่งเหล่านี้ไปใช้ในการเรียนการสอนเพื่อช่วยให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ มีความรู้และประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งหลักการสอนคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1) สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปหานามธรรม เช่น ครูต้องการสอนความคิดรวบยอดของจำนวน 5 ครูก็หยิบส้มมา 5 ผลให้นักเรียนนับพร้อมกัน หยิบส้มก่อนเขียนสัญลักษณ์ 5

2) สอนจากสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวนักเรียนก่อนสอนสิ่งที่อยู่ไกลตัวนักเรียน เช่น การคาดคะเนความยาว ครูควรให้นักเรียนคะเนความยาวของดินสอที่นักเรียนใช้ ความยาวของโต๊ะนักเรียนก่อนการคาดคะเนความยาวและความกว้างของห้องเรียนตามลำดับ

3) สอนจากเรื่องที่ยากก่อนการสอนเรื่องที่ยาก เช่น สอนการบวกก่อนการคูณ การแก้สมการตัวเดียวก่อนการแก้สมการสองตัวแปร

4) สอนตรงตามเนื้อหาที่ต้องการสอน เช่น สอนเรื่องรูปวงกลม ครูจะสอนเกี่ยวกับจุดศูนย์กลาง รัศมี เส้นผ่านศูนย์กลาง คอร์ด รูปทั่วไปของสมการวงกลมแทนที่จะกล่าวถึงโฟกัสของวงรี พาราโบล่า

5) สอนให้คิดไปตามลำดับขั้นตอนอย่างมีเหตุผล โดยขั้นตอนที่กำลังทำเป็นผลมาจากขั้นตอนก่อนหน้านั้น

6) สอนด้วยอารมณ์ขัน ทำให้นักเรียนเกิดความเพลิดเพลินโดยครูใช้เกมปริศนา เพลง

7) สอนด้วยหลักจิตวิทยา สร้างแรงจูงใจ เสริมกำลังใจให้กับนักเรียน โดยการใช้คำพูดดีมาก ทำให้ถูกต้องแล้ว ลองคิดอีกวิธีหนึ่งดูซิ

8) สอนโดยการนำไปสัมพันธ์กับวิชาอื่น เช่น วิชาวิทยาศาสตร์เกี่ยวกับการเพิ่มจำนวนของแมลงหวี่ ซึ่งต้องอาศัยความรู้เรื่องเลขยกกำลัง เพราะจำนวนแมลงหวี่มีค่าตอบอยู่ในรูปของเลขยกกำลัง

มณฑา หิรัญบัฏ (2549 : 16) ได้สรุปการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในเด็กว่า ควรจัดให้เด็กเกิดการเรียนรู้จากประสบการณ์ตรง ประสบการณ์ที่มีอยู่ในชีวิตประจำวัน จากสิ่งที่ใกล้ตัวที่หายไป หายากให้เกิดความเข้าใจ พัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์เบื้องต้นและความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และที่สำคัญ โดยเรียนรู้จากรูปธรรมสู่นามธรรม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (อำนวยการในวดี นิลพิมาย 2550 : 23) ได้จัดลำดับหลักการสอนคณิตศาสตร์ ควรให้เป็นขั้นตอนเหมาะสมกับธรรมชาติของเนื้อหาวิชาให้เหมาะสมกับผู้เรียนดังนี้

1) ขั้นทบทวนความรู้เดิม เป็นขั้นเตรียมความพร้อมของนักเรียนเพื่อเชื่อมความรู้เดิมที่ผู้เรียนมีมาก่อนแล้วกับความรู้ใหม่ให้เป็นเรื่องเดียวกัน อันจะทำให้เกิดนักเรียนเกิดความเข้าใจและมีความคิดรวบยอดในเรื่องนั้นๆอย่างแจ่มแจ้ง

2) ขั้นสอนเนื้อหาใหม่ ขั้นนี้จะต้องเลือกใช้วิธีสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหาแต่ละบทวิธีใดวิธีหนึ่ง โดยจัดลำดับขั้นการเรียน ดังนี้

- (1) ชั้นใช้ของจริง เป็นชั้นให้ประสบการณ์ที่ใช้ของจริงเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้
- (2) ชั้นใช้ของจำลอง เป็นชั้นที่ใช้ของกึ่งรูปธรรม เช่น ใช้รูปแทนของจริง
- (3) ชั้นใช้สัญลักษณ์ เป็นชั้นที่นักเรียนนำประสบการณ์เดิมที่ครูให้มาเชื่อมโยง

แสดงแทนด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

3) ชั้นสรุปนำไปสู่วิธีลัด ก่อนจะถึงขั้นการสรุปเป็นวิธีลัด ครูต้องตรวจสอบดูว่านักเรียนมีความเข้าใจเนื้อหาใหม่ที่สอนไปหรือไม่ ถ้ายังไม่เข้าใจก็อาจต้องเริ่มตั้งแต่ทบทวนความรู้เดิมหรือเริ่มที่มีวิธีลัดในการคิดอยู่ด้วยกัน ก็ช่วยกันสรุปหลักเกณฑ์ในการคิด การนำเข้าสู่วิธีลัดเพื่อนำไปใช้ต่อไป

4) ชั้นฝึกทักษะเมื่อนักเรียนเข้าใจวิธีคิดคำนวณแล้ว ให้นักเรียนฝึกทักษะจากแบบเรียนและบัตรงานที่สัมพันธ์กับเรื่องนั้น หรือใช้เกมคณิตศาสตร์เข้ามาให้นักเรียนเล่นซึ่งก็เป็นการทำแบบฝึกหัดชนิดหนึ่งที่ทำให้ความสนุกสนานแก่ผู้เรียน

5) ชั้นนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ เป็นชั้นที่ให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันและใช้ในวิชาอื่นที่เกี่ยวข้อง โดยให้นักเรียนทำโจทย์แบบฝึกในเรื่องนั้นหรือให้ทำกิจกรรมที่มักประกอบอยู่เสมอในชีวิตจริง

6) ชั้นการประเมินผล เป็นขั้นทดสอบความเข้าใจของนักเรียน ถ้านักเรียนทำไม่ได้ต้องซ่อมเสริมให้แก่นักเรียน ถ้าทำได้ก็เรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป

กรมวิชาการ (2545 : 191 – 192) ได้กล่าวถึง หลักการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ คือ การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดและแก้ปัญหาด้วยตนเอง ได้ศึกษาค้นคว้าจากสื่อและเทคโนโลยีต่างๆ โดยอิสระ ผู้สอนมีส่วนช่วยในการจัดเนื้อหาสาระ และจัดกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียน โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ผู้สอนทำหน้าที่เป็นที่ปรึกษา ให้คำแนะนำและชี้แนะในข้อบกพร่องของผู้เรียน

การจัดกิจกรรมประกอบการเรียนรู้ในลักษณะให้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม เป็นแนวการจัดการเรียนรู้แนวหนึ่งที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมกันคิด ร่วมกันแก้ปัญหา ปรึกษาหารืออภิปราย และแสดงความคิดเห็นด้วยเหตุผลซึ่งกันและกัน ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะ/กระบวนการคิดและมีประสบการณ์ขึ้น ในการจัดกลุ่มให้ผู้เรียนร่วมกันแก้ปัญหาอาจจัดเป็นกลุ่มเล็กๆ 2 คน หรือกลุ่มย่อย 4 – 5 คน หรืออาจจัดเป็นกิจกรรมให้ผู้เรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียนก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ในขั้นดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ สิ่งสำคัญที่ผู้สอนควรคำนึงถึงคือความรู้พื้นฐานของผู้เรียนสำหรับการเรียนรู้เนื้อหาสาระใหม่ ชั้นเตรียมความพร้อมเพื่อนำเข้าสู่กิจกรรม ผู้สอนสามารถใช้คำถามเชื่อมโยงเนื้อหาหรือเรื่องราวที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่เนื้อหาใหม่

หรือใช้ยุทธวิธีต่างๆ ในการทบทวนความรู้เดิม ในชั้นยุทธวิธีต่างๆ ให้ผู้เรียนสามารถสรุปหรือเข้าใจหลักการ แนวคิด กฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎีบท หรือบทนิยามตนเอง ในขณะที่ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม ผู้สอนควรให้อิสระทางความคิดกับผู้เรียน แต่ผู้สอนควรหมุนเวียนไปตามกลุ่มต่างๆ เพื่อคอยสังเกต ตรวจสอบความเข้าใจและให้คำแนะนำตามความจำเป็น

การจัดโอกาสให้ผู้เรียนได้ออกมานำเสนอแนวคิดของผู้เรียนแต่ละคนหรือแนวคิดของกลุ่ม ก็เป็นสิ่งสำคัญที่ผู้สอนควรปฏิบัติให้มีบ่อยๆ เพราะในการนำเสนอแต่ละครั้ง ผู้เรียนมีโอกาสร่วมแสดงแนวคิดเสริมเพิ่มเติมร่วมกัน หรือซักถามหาข้ออภิปรายขัดแย้งด้วยเหตุและผล ผู้สอนมีโอกาสเสริมความรู้ หรือสรุปประเด็นสำคัญที่เป็นความคิดรวบยอดของสาระที่นำเสนอ นั้น ทำให้การเรียนรู้ขยายในวงกว้างและลึกมากขึ้น ผู้เรียนสามารถนำความรู้หรือแนวคิดที่ได้จากการนำเสนอ นั้นไปประยุกต์หรือเป็นแบบอย่างในการปฏิบัติได้ ผลดีอีกประการหนึ่งของการที่ผู้เรียนได้ออกมานำเสนอ

จากหลักการสำคัญในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังกล่าว จึงสรุปประเด็นสำคัญของหลักการสอนคณิตศาสตร์ได้ ดังตาราง 8

ตาราง 8 การวิเคราะห์ประเด็นความสำคัญของหลักการสอนคณิตศาสตร์

Brewer (1995)	มหาวิทยาลัยสุโขทัย ธรรมสาราช (2527)	พิสมัย ศรีอำไพ (2545)	สิริพร ทิพย์คง (2545)	มณฑา หิรัญบุญ (2549)	สวท.(2550)	กรมวิชาการ (2545)	สรุปประเด็น
	ให้เด็กเรียนจาก ประสบการณ์จริง จากของจริง	ควรเริ่มจากวัตถุ ที่จับต้องได้ และ ประสบการณ์จริง	สอนจากสิ่งที่อยู่ ใกล้ตัวนักเรียน ก่อนสอนสิ่งที่อยู่ ไกลตัวนักเรียน	จัดให้เด็กเกิดการเรียนรู้ จากประสบการณ์ตรง ที่ มีอยู่ในชีวิตประจำวัน จากสิ่งที่ใกล้ตัว	ให้ประสบการณ์ที่ ใช้ของจริงเป็น เครื่องมือในการ เรียนรู้		สอนโดยเริ่มจากสิ่งใกล้ตัว ใช้ของจริงให้นักเรียน เรียนรู้จากประสบการณ์ ตรงที่อยู่ในชีวิตประจำวัน
					เตรียมความพร้อม ของนักเรียนเพื่อ เชื่อมความรู้เดิม	ใช้ยุทธวิธีต่างๆ ในการทบทวน ความรู้เดิม	เตรียมพร้อมนักเรียนด้วย การทบทวนความรู้เดิม
ให้โอกาสเด็กมีส่วนร่วม ในกิจกรรม	ใช้รูปภาพแทนของ จริง		ใช้วิธีนำเข้าสู่เนื้อหา ต่าง ๆ		สอนเนื้อหาใหม่ ใช้ ของจริง,ของจำลอง ,สัญลักษณ์		นำสู่เนื้อหาใหม่โดยให้ นักเรียนมีส่วนร่วมเรียน จากของจริง รูปภาพ และ สัญลักษณ์
กระตุ้นให้เด็กใช้ ความรู้ทาง คณิตศาสตร์		ใช้คำถามกระตุ้นให้ นักเรียนคิด ค้นพบ หลักเกณฑ์ด้วย ตนเอง	สอนให้คิดไปตาม ลำดับขั้นตอนอย่าง มีเหตุผล	พัฒนาทักษะทาง คณิตศาสตร์เบื้องต้น		เปิดโอกาสให้ ผู้เรียนได้คิดและ แก้ปัญหาด้วย ตนเอง	กระตุ้นใช้คำถาม พัฒนาการคิดแก้ปัญหา ตามลำดับขั้นตอนอย่างมี เหตุผล และค้นพบด้วย ตนเอง

จากตาราง 8 จึงสรุปหลักการสอนคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

- 1) ครูต้องสอนโดยเริ่มจากสิ่งใกล้ตัวนักเรียน โดยใช้ของจริงให้นักเรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์ตรงที่อยู่ในชีวิตประจำวัน และชีวิตจริง
- 2) ครูต้องเตรียมความพร้อมนักเรียนด้วยการทบทวนความรู้เดิมก่อนสอนเนื้อหาใหม่
- 3) ครูต้องนำสู่เนื้อหาใหม่ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมเรียนรู้จากของจริง ของจำลอง รูปภาพ และนำไปสู่สัญลักษณ์
- 4) ครูต้องกระตุ้นใช้คำถามเพื่อพัฒนาการคิด การแก้ปัญหา ฝึกคิดไปตามลำดับขั้นอย่างมีเหตุผล และให้นักเรียนแก้ปัญหา ค้นพบหลักเกณฑ์ด้วยตนเอง

5. เทคนิคการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง,ปรีชา เนาว์เย็นผล และ สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2532 : คำนำ) ได้กล่าวไว้ในคำนำของหนังสือเล่นและเรียนคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับบทเรียนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาว่า “กระบวนการเรียนการสอนที่สามารถให้นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน เพลิดเพลิน เต็มใจ มีความกระตือรือร้นที่จะเรียน เป็นกิจกรรมที่น่าสนใจ จึงมีวิธีการหนึ่งที่ทำให้กระบวนการเรียนการสอนมีคุณสมบัติดังกล่าวได้ จึงควรทำได้โดย การสร้างกิจกรรมการเล่น สร้างเกมที่สอดคล้องกับเนื้อหาในบทเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เล่นและเรียนรู้ไปด้วยในขณะเดียวกัน วิธีการหรือเทคนิคเช่นนี้ จึงจะสามารถช่วยสร้างเจตคติที่ดีในการเรียนคณิตศาสตร์ได้อีกทางหนึ่งด้วย”

สุวรรณ กาญจนมยุร (2533 เล่ม 2 : คำนำ) ได้กล่าวถึง เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ไว้ว่า เทคนิคในการเสนอเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์นั้น ครูผู้สอนต้องพยายามใช้วิธี เล่น → เรียน → สรุป → ฝึกทักษะ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียน เล่น เพื่อให้รู้จักสังเกต ให้นักเรียน เรียน เพื่อศึกษารายละเอียดของเนื้อหาในแง่ของความคิดรวบยอด หลักการ และวิธีคิด ให้นักเรียน สรุป มีความคิดรวบยอด หลักการ วิธีคิด โดยวิธีสังเกตได้ด้วยตนเอง และให้นักเรียน ฝึกทักษะ การคิดคำนวณ และประการสุดท้ายของครูผู้สอนก็คือ การวัดและการประเมินผลการเรียนของนักเรียนแต่ละคนในชั้นเรียน ใครไม่ผ่านจุดประสงค์การเรียนก็สอนซ่อมเสริม ซึ่งเทคนิคการสอนของครูจึงมักไม่ได้คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยตามปกติในห้องเรียนโดยทั่ว ๆ ไป จะประกอบด้วยนักเรียน 3 กลุ่ม คือ 1)นักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนสูง ซึ่งเรียนได้เร็ว 2)นักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนปานกลาง ซึ่งเรียนได้ปกติ 3)นักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนต่ำ ซึ่งเรียนได้ช้ากว่าปกติ ดังนั้น ครูผู้สอนต้องคำนึงถึงความแตกต่างทั้ง 3 กลุ่ม โดยเสนอให้ครูผู้สอนได้จัดกระบวนการเรียนการสอน คำนึงถึงความแตกต่างของนักเรียนเป็น 3 ลักษณะ และใช้เทคโนโลยีที่หมายถึงเทคนิคการสอนที่แตกต่างกัน 3 แบบ ได้แก่

1) เทคนิคการสอนนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนต่ำ อาจเริ่มจากสื่อการเรียนที่เป็นรูปธรรมไปสู่นามธรรม และต้องเสริมแรงหรือให้กำลังใจในขณะที่เรียนมากๆ จึงค่อยๆ เรียนในลักษณะ เล่น → เรียน → สรุป → ฝึกทักษะ

2) เทคนิคการสอนนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนปานกลาง อาจเริ่มจากสื่อการเรียนที่เป็นกึ่งรูปธรรมไปสู่นามธรรม และค่อยๆ เรียนในลักษณะ เล่น → เรียน → สรุป → ฝึกทักษะ

3) เทคนิคการสอนนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนสูง นักเรียนกลุ่มนี้ สามารถเรียนได้ทุกวิธี และใช้เวลาในการเรียนน้อยกว่าปกติ

วัลลภา อาริรัตน์ (2545; อ้างใน พชรีย์ กาทำมา 2558: 20-21) ได้กล่าวถึงเทคนิค การสอนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1) เทคนิคการยกตัวอย่าง การยกตัวอย่างและการให้โจทย์ปัญหานั้นไม่จำเป็นที่จะต้องใช้ตัวอย่างหรือโจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนเสมอไป การที่ผู้สอนสามารถยกตัวอย่างได้อย่างสมเหตุสมผลทันทีทันใด ตัวอย่างนั้นน่าสนใจ ทำทลายความคิด จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจอยากที่จะเรียนและศรัทธาในตัวผู้สอนจากการยกตัวอย่างประกอบการสอนคณิตศาสตร์นั้น ครูโดยทั่วไปมักจะยกตัวอย่างตามหนังสือเรียน ซึ่งถ้าครูทำ เช่นนั้นตลอดเวลา ผู้เรียนจะเกิด การเบื่อหน่ายได้ ฉะนั้นเทคนิคที่สำคัญในการยกตัวอย่าง คือ

(1) ควรยกตัวอย่างที่แตกต่างจากหนังสือเรียน การสร้างตัวอย่างให้แตกต่างจากบทเรียนจะมีส่วนช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจบทเรียนมากขึ้น แต่ผู้สอนจะต้องวิเคราะห์จุดประสงค์ของตัวอย่างในหนังสือเรียนเสียก่อน เพื่อจะได้ดำเนินการสอนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ของบทเรียน

(2) ยกตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน โดยพยายามเริ่มจากตัวอย่างที่ใกล้ตัวนักเรียนเพื่อที่จะได้เข้าใจหลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในเบื้องต้นก่อนจากนั้นจึงให้ตัวอย่างที่ไกลตัวนักเรียนมากขึ้น หรือยกตัวอย่างให้ซับซ้อนยิ่งขึ้น

(3) การยกตัวอย่างในวิชาคณิตศาสตร์ คือ การเสนอโจทย์ปัญหานั้นเอง การให้โจทย์นักเรียนครูจะต้องคำนึงถึงความสอดคล้องกันในเนื้อหาที่จะสอนด้วย ถ้าเป็นโจทย์ปัญหาที่ยุ่งยาก ซับซ้อน ครูควรเตรียมสื่อการสอนประกอบการอธิบาย เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจและค้นพบวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและมั่นใจการยกตัวอย่างเป็นเทคนิคที่ต้องอาศัยการฝึกฝน การเตรียมการล่วงหน้าและประสบการณ์เดิม เพราะการยกตัวอย่างนั้น มักจะเกิดขึ้นขณะกำลังดำเนินการสอน อยู่อย่างต่อเนื่อง ผู้สอนจึงจำ เป็นต้องศึกษาหาวิธีการยกตัวอย่างที่เหมาะสมอันจะเป็นการช่วย

เสริมสร้างความเข้าใจและเชื่อมโยงมโนคติคณิตศาสตร์ซึ่งทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ในแง่การนำไปใช้มากขึ้น

2) เทคนิคการใช้คำถาม การตั้งคำถาม เป็นเรื่องที่จำเป็นในการสอน การถามแทรกอยู่กับการสอนทุกวิธี ยิ่งการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ เน้นการสอนแบบค้นพบด้วยตนเอง ยิ่งทำให้มีบทบาทของการใช้คำถามเด่นชัดขึ้น คำถามที่ดีจะเป็นประโยชน์ในการกระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักคิด สังเกต นำ ไปสู่แนวทางการสรุปมโนคติคณิตศาสตร์ คำถามที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

- (1) เป็นคำถามที่ชัดเจน มีความหมายที่แน่นอน
- (2) คำถามนั้นไม่ง่ายและไม่ยากจนเกินไป เหมาะสำหรับเนื้อหาที่นั้น ๆ และเหมาะกับวัยและระดับของผู้เรียน
- (3) ไม่เป็นคำถามซ้อนคำถาม ควรถามทีละประโยค เช่น รูปนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใดรูปนี้มีพื้นที่เท่าไร เป็นต้น
- (4) ไม่ควรเป็นคำถามเชิงปฏิเสธ เช่น 5 % ไม่ใช่ใช่หรือไม่
- (5) ไม่ควรเป็นคำถามนำ เช่น $2/3 \times 1 = 2/3$ ใช่หรือไม่
- (6) คำถามที่ดีควรเป็นคำถามที่พัฒนาความคิด ช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นการวิเคราะห์ปัญหา การใช้คำถามเพื่อชักนำ ให้นักเรียนคิดนั้นจะเกิดขึ้น ได้จากการจัดกิจกรรมที่เน้นกิจกรรมระหว่างกับนักเรียนการใช้คำถามประกอบการสอนนั้น ผู้สอนให้ความสนใจศึกษาหาวิธีการถามเคยใช้คำถามที่ชัดเจนเพื่อชักนำ ให้นักเรียนคิด สำหรับเนื้อหาที่ยากต้องใช้กระบวนการที่คิดซับซ้อนควรใช้เทคนิคการใช้คำถามควบคู่กับการเล่าเรื่อง โดยอาจใช้ภาพ เกมหรือการเล่านิทานประกอบการตอบคำถามไปด้วย ซึ่งนอกจากจะให้บทเรียนนั้นสนุกสนานน่าสนใจ ยังเป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมแสดงความคิดเห็น ทำให้ครูทราบแนวความคิดของนักเรียนในเรื่องว่ามีความเข้าใจเพียงไร การตั้งคำถามที่ดีจะเป็นสื่อช่วยให้ผู้ตอบพัฒนาความคิดจนสามารถหาคำตอบและสรุปได้

3) เทคนิคการนำเข้าสู่บทเรียน การนำเข้าสู่บทเรียนเป็นกิจกรรมที่ครูจัดขึ้นก่อนการสอนเนื้อหา เพื่อเป็นการเตรียมผู้เรียนให้มีความคิดอยู่ในใจว่ากำลังจะเรียนร่วมกิจกรรมในบทเรียนมากขึ้นเทคนิคการนำ เข้าสู่บทเรียนมีหลายวิธี ดังนี้

- 1) วิธีสนทนาซักถาม ซึ่งอาจเป็นการซักถาม เพื่อทบทวนความรู้เดิม และตรวจสอบว่าผู้เรียนมีพื้นฐานความรู้อยู่ที่ระดับใด เช่น จะสอนการคูณเศษส่วนด้วยจำนวนเต็มโดยใช้นิยามของการคูณ ครูจะทบทวน โดยการถามถึงการหาผลบวกของเศษส่วน

2) การร้องเพลง การใช้เพลงนั้นสามารถนำเข้าสู่บทเรียนหรือสรุปบทเรียนได้ ซึ่งก่อนที่นักเรียนจะร้องเพลง ครูต้องสอนในห้องเรียนเข้าใจเนื้อหาก่อน เพลงนั้นควรเลือกให้เหมาะสมกับเนื้อหา ระดับชั้นและวัยของเด็ก

3) การทายปัญหา เช่น ฉันทเป็นเลข 3 หลัก หลักร้อยเป็นเลขที่อยู่ระหว่าง 8 กับ 10 หลักสิบมีค่าเป็นศูนย์ หลักหน่วยเป็นเลขอยู่ระหว่าง 3 กับ 5 จงหาว่าฉันทเป็นจำนวนอะไร เป็นต้น การทายปัญหาครูต้องคำนึงถึงเนื้อหา การใช้ภาษาที่สั้นกะทัดรัดชัดเจน และศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

กรมวิชาการ (2545 : 193 – 194) เสนอแนะรูปแบบ เทคนิค ของการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ มีหลายรูปแบบ ผู้สอนสามารถนำไปจัดให้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลาเรียนของผู้เรียนได้ดังนี้

1) การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง เป็นการเรียนรู้ที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือทำงานนั้นจริงๆ ได้รับประสบการณ์ตรงจากการปฏิบัติจริง โดยใช้สื่อสิ่งพิมพ์ หรือสื่อรูปธรรมที่สามารถนำผู้เรียนไปสู่การค้นพบหรือได้ข้อสรุป ในการใช้สื่อรูปธรรมถ้าผู้สอนสอนด้วยตนเองจะใช้การสาธิต ประกอบคำถาม แต่ถ้าให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเองจะใช้การทดลอง โดยผู้เรียนดำเนินการทดลองตามกิจกรรมที่ผู้สอนกำหนดให้ ผู้เรียนที่ปฏิบัติการทดลองมีโอกาสฝึกใช้ทักษะ/กระบวนการต่างๆ เช่น การสังเกต การคาดคะเน การประมาณค่า การใช้เครื่องมือ การบันทึกข้อมูล การอภิปราย การตั้งข้อความคาดการณ์หรือข้อสมมุติฐาน การสรุป

กระบวนการดำเนินการทดลองหรือปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พิสูจน์ ใช้เหตุผล อ้างข้อเท็จจริง ตลอดจนได้ฝึกทักษะในการแก้ปัญหาใหม่ๆ การจัดการเรียนรู้แบบนี้เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการคิด และเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาละณะที่ผู้เรียนทำการทดลอง ผู้สอนควรสังเกตแนวคิดของผู้เรียนว่าเป็นไปอย่างถูกต้องหรือไม่ ถ้าเห็นว่าผู้เรียนคิดไม่ตรงแนวทาง ควรตั้งคำถามให้ผู้เรียนคิดใหม่ ถึงแม้จะต้องใช้เวลามากขึ้น เพราะผู้เรียนจะได้ประโยชน์จากการเรียนรู้ด้วยตนเองมากกว่าการเรียนรู้ที่ผู้สอนบอกหรือสรุปผลให้

2) การเรียนรู้จากการใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล การเรียนรู้ที่ผู้สอนใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล มีความจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ต้องอาศัยคำอธิบาย บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทต่างๆ เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ บางเนื้อหาผู้สอนต้องสร้างพื้นฐานในเนื้อหานั้นก่อน ด้วยการอธิบายและแสดงเหตุผลให้ข้อตกลงในรูปของบทนิยาม เพื่อให้เกิดความเข้าใจเบื้องต้น แต่ในบางเนื้อหาผู้สอนอาจใช้คำถามก่อน ถ้านักเรียนไม่เข้าใจอาจอธิบายและแสดงเหตุผลเพิ่มเติม

3) การเรียนรู้จากการศึกษาค้นคว้า เป็นการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าในเรื่องที่สนใจจากแหล่งความรู้ต่างๆ โดยอิสระสามารถศึกษาได้จากสื่อสิ่งพิมพ์ และสื่อเทคโนโลยีต่างๆ หรือจากการทำโครงการงานคณิตศาสตร์ โดยผู้สอนมีส่วนช่วยเหลือให้คำปรึกษาแนะนำ ให้ความสนใจงานที่ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้ามา ให้โอกาสผู้เรียนได้นำเสนอผลงานต่อผู้สอนผู้เรียน ตลอดจนบุคคลทั่วไป

4) การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ผู้สอนควรจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย เมื่อผู้เรียนสังเกตจนพบปัญหานั้นแล้ว ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนพยายามที่จะค้นหา สาเหตุด้วยการตั้งคำถามต่อเนื่อง และรวบรวมข้อมูลมาอธิบาย การเรียนรู้ดังกล่าว เป็นการวิเคราะห์จากปัญหาหาสาเหตุ ใช้คำถามสืบเสาะจนกระทั่งแก้ปัญหาหรือหาข้อสรุปได้

กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ประกอบด้วยขั้นสังเกต ขั้นอธิบาย ขั้นคาดการณ์ ขั้นทดลอง และขั้นนำไปใช้ ขั้นตอนเหล่านี้จะช่วยฝึกกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักอภิปรายและทำงานร่วมกันอย่างมีเหตุผล ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักสังเกตและวิเคราะห์ปัญหา โดยละเอียดในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้สอนควรเลือกรูปแบบของการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาและเหมาะสมกับผู้เรียน การเรียนรู้เนื้อหาหนึ่งๆ อาจใช้รูปแบบของการเรียนรู้หลายรูปแบบผสมผสานกันได้ และผู้สอนจะต้องคำนึงถึงการบูรณาการด้านความรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการ และสอดแทรกคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยม โดยสอดแทรกในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาสาระให้ครบถ้วน เพื่อให้บรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

จากเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ ดังกล่าว จึงสรุปประเด็นสำคัญในการนำมาสู่การพัฒนาการจัดการเรียนการสอนทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่เหมาะสมกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ได้ ดังตาราง 9

ตาราง 9 วิเคราะห์ประเด็นสำคัญของเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง และคณะ(2532)	สุวรรณ กาญจนมยุร (2533)	วัลลภา อารีรัตน์ (2545)	กรมวิชาการ (2545)	สรุปประเด็น
-สร้างกิจกรรมการเล่น สร้างเกมที่สอดคล้องกับเนื้อหาในบทเรียน -เพื่อให้นักเรียนได้เล่นสนุกสนานเพลิดเพลิน	ให้นักเรียนเล่น เพื่อให้รู้จักสังเกต	ยกตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน	การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง	ให้นักเรียนได้เล่น จาก การปฏิบัติจริง จาก สิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน เพื่อฝึกให้ รู้จักการสังเกต
เรียนรู้มีความกระตือรือร้นที่จะเรียน		เทคนิคการนำเข้าสู่บทเรียน	ตั้งคำถามให้ผู้เรียนคิดใหม่	นำเข้าสู่บทเรียน ตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนมีความกระตือรือร้น
ให้นักเรียนได้เรียนเพื่อศึกษา รายละเอียดของเนื้อหาในแง่ของความคิดรวบยอด หลักการ และวิธีคิด	กระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักคิด สังเกต ครุควรเตรียมสื่อ การสอนประกอบการอธิบาย เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจและค้นพบวิธีการแก้ปัญหา		ใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล สืบเสาะหาความรู้จากการสังเกต อธิบาย คาดการณ์ ทดลอง นำไปใช้	กระตุ้นให้นักเรียนฝึกคิดแก้ปัญหา อธิบาย สิ่งที่เข้าใจและแสดง การให้เหตุผลและผลตาม หลักการและวิธีคิด
ให้นักเรียนสรุป มีความคิดรวบยอด หลักการ วิธีคิดโดยวิธีคิดได้ด้วยตนเอง และ ให้นักเรียนฝึกทักษะ	เน้นการสอนแบบค้นพบด้วยตนเองนำไปสู่แนวทางการสรุป มโนมติ คณิตศาสตร์		วิเคราะห์จากปัญหา มาหาสาเหตุ ใช้คำถามสืบเสาะ จนกระทั่งแก้ปัญหา หรือหาข้อสรุปได้	ให้นักเรียนสรุป หลักการ ฝึกทักษะ สืบ สอบ แก้ปัญหา หา ข้อสรุปและตรวจหาคำตอบได้ด้วยตนเอง

จากตาราง 9 จึงสรุปเทคนิคในการสอนคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้

1. ให้นักเรียนได้เล่น จากการปฏิบัติจริง จากสิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน เพื่อฝึกให้รู้จักการสังเกต
2. ครูควรทบทวนเนื้อหาความรู้เดิม เพื่อนำเข้าสู่บทเรียน ตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่

3. ครูกระตุ้นให้นักเรียน ได้ฝึกคิดแก้ปัญหา สื่อสาร สื่อความหมายเพื่ออธิบายสิ่งที่เข้าใจ และแสดงการให้เหตุผลและผลตามหลักการและวิธีคิด

4. ให้นักเรียนสรุปหลักการ ฝึกทักษะ สืบสอบ แก้ปัญหา หาข้อสรุปและการตรวจหาคำตอบได้ด้วยตนเอง

จากการสรุปเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้พัฒนานำมาเป็นแนวทางในการจัดกระบวนการเรียนสอนคณิตศาสตร์ของชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนต่อไป

6. รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2542 : 17 – 23) ได้กล่าวถึงรูปแบบการเรียนการสอน หมายถึง โครงสร้างที่แสดงถึงองค์ประกอบต่าง ๆ ในการสอนที่จะนำมาใช้ร่วมกันเพื่อให้เกิดผลแก่ผู้เรียนตามจุดประสงค์ที่ได้กำหนดไว้ ซึ่งรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์มีหลายรูปแบบที่นิยมใช้กันในปัจจุบัน มี 3 รูปแบบ ได้แก่ รูปแบบการสอนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) รูปแบบการสอนของวรรณิ รูปแบบการสอนของคณิตศาสตร์ทั่วไป ซึ่งแต่ละรูปแบบมีโครงสร้างและองค์ประกอบ ดังต่อไปนี้

6.1 รูปแบบการสอนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้เสนอรูปแบบการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษาในแต่ละเนื้อหาโดยได้คำนึงถึงขั้นตอนการเรียนรู้ของผู้เรียน ซึ่งแสดงเป็นขั้นตอนใหญ่ ๆ แสดงลำดับขั้นการเรียนการสอนมีรายละเอียด ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทบทวนความรู้เดิมก่อนที่จะเรียนเนื้อหาต่อไป เพื่อให้ นักเรียนมีพื้นฐานก่อนที่จะเรียนเนื้อหาใหม่

ขั้นที่ 2 กิจกรรมการเรียนการสอนโดยเริ่มต้นจาก

1) ใช้ของจริง นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้ของจริงประกอบกิจกรรม เช่น ถ้านักเรียนเรียนเรื่องเศษส่วนก็แสดงเศษส่วนด้วยของจริง เช่น น้ำในแก้ว

2) ใช้รูปภาพประกอบการสอน โดยเปลี่ยนสื่อประกอบกิจกรรมจากของจริงมาเป็นรูปภาพ

3) ใช้สัญลักษณ์หลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมจากของจริง และรูปภาพแล้ว ครูจะใช้ตัวเลขและเครื่องหมายมาแทน

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปให้นักเรียนทดลองปฏิบัติ สังเกต และช่วยกันสรุปจากความเข้าใจเป็นหลักการ ความคิดรวบยอด กฎ สูตร หรือวิธีลัด ฯลฯ

ขั้นที่ 4 ขั้นฝึก เมื่อนักเรียนสรุปหลักการได้แล้วนักเรียนจะฝึกจากบัตรงานแบบฝึกหัดหนังสือเรียน หรือแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น

ขั้นที่ 5 การนำความรู้โดยคาดหวังว่านักเรียนจะนำไปใช้ในชีวิตจริงได้และทดลองปฏิบัติ จากสถานการณ์จำลอง เช่น การแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 6 การประเมินผลเป็นการเพื่อวินิจฉัยว่า นักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่ อาจทดลองสอบโดยใช้แบบฝึกหรือโจทย์ปัญหาก็ได้ ถ้านักเรียนทำไม่ได้ จะได้รับการสอนซ่อมเสริม ก่อนเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป

6.2 รูปแบบการสอนของวอร์ธ การสอนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับ

ชั้นประถมศึกษา ครูผู้สอนต้องนำความรู้ทางปรัชญาการศึกษา จิตวิทยาทฤษฎีการเรียนรู้ นวัตกรรม และเนื้อหาหลักสูตรมาผสมผสาน เป็นกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้ นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ ซึ่งในปี พ.ศ. 2512 ผู้ช่วยศาสตราจารย์วอร์ธ โสมประยูร ได้คิดค้นรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาโดยการประยุกต์ทฤษฎีการเรียนรู้ 6 ทฤษฎี คือ ทฤษฎีการเชื่อมโยงจิตสำนึก (Apperception) ทฤษฎีเชื่อมโยงสถานการณ์จากสิ่งเร้าและสิ่งตอบสนอง (Connectionism) ทฤษฎีเสริมแรง (Operant-conditioning) ทฤษฎีฝึกสมอง (Mental-Discipline) ทฤษฎีการสรุป (Generalization) ทฤษฎีการหยั่งเห็น (Insight) ดังนี้

1) ขั้นนำ เพื่อเร้าความสนใจ ตั้งสมาธิ และทบทวนความรู้เดิมโดยใช้ของจริงของจำลอง รูปภาพ นิทาน ปัญหา หรือสถานการณ์ ฯลฯ

2) ขั้นสอนเพื่อให้เกิดมโนคติ (Concept) และเจตคติ

(1) สอนให้เข้าใจโดยทำตามกระบวนการ ดังนี้

ก) ใช้ของจริงหรือของจำลอง

ข) ใช้ภาพแทนของจริงในข้อ (ก)

ค) ใช้สัญลักษณ์แทนภาพในข้อ (ข)

(2) เสริมความเข้าใจ โดยใช้ภาพแล้วให้นักเรียนถ่ายโยงเป็นสัญลักษณ์ หลังจากนั้น ครูกำหนดสัญลักษณ์ให้นักเรียนถ่ายโยงกลับมาเป็นภาพอีก

(3) สร้างเจตคติ โดยจัดกิจกรรมและสถานการณ์ ให้นักเรียนเห็นประโยชน์ และความสำคัญและคุณค่าสิ่งที่เรียน

3) ขั้นสรุป สรุปเป็นความคิดรวบยอด หลักการ วิธีเขียนประโยคสัญลักษณ์วิธีลัด ข้อควรสังเกตสูตรและกฎ

4) ขั้นฝึกทักษะ ฝึกทำแบบฝึกจากแผนภูมิ บัตรงาน แบบเรียน แบบฝึกเสริมทักษะ

5) ชื่อนำไปใช้ ฝึกให้แก้โจทย์ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่พบในชีวิตประจำวัน
ของนักเรียนในวัยที่กำลังเป็นอยู่

6) ชั้นประเมินผล สามารถกระทำได้ดังนี้

(1) สังเกตการตอบคำถามทุกขั้นตอนของกิจกรรม

(2) สังเกตการปฏิบัติกิจกรรม เช่น ความสนใจ ความตั้งใจการเข้าร่วม

กิจกรรม เป็นต้น

(3) ตรวจผลงาน

(4) ทดสอบย่อยและทดสอบรวม

6.3 รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ทั่วไป กรมวิชาการ (2542 : 22-23) ได้กล่าวถึง
การสร้างรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ทั่วไปโดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้ครูผู้สอนสามารถนำไปใช้
ในการสอนได้ในทุกสถานการณ์และนำไปใช้ให้มีประสิทธิภาพนั้น มีรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์
ทั่วไป ดังนี้

1) ทบทวนความรู้เดิม เพื่อให้มีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอ

2) การสอนเนื้อหาใหม่ ควรสอนให้เข้าใจเนื้อหา รู้ความหมาย รู้คำเพื่อให้
นักเรียนสามารถจำได้ โดยวิธีการบอกให้รู้หรือค้นพบด้วยตนเอง วิธีการสอนประกอบด้วย

(1) ใช้สื่อ ๆ อุปกรณ์อธิบายเนื้อหาให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด

(2) ตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน

3) สรุปเป็นวิธีลัด หรือความคิดรวบยอด

4) ฝึกทักษะทำแบบฝึกหัด

5) นำความรู้ไปใช้

6) ประเมินผล ตรวจสอบผลการเรียนรู้และการนำไปใช้

นอกจากนี้ ยังมีนักวิชาการต่างๆ ได้ศึกษาและคิดค้น รูปแบบ วิธีการจัดการเรียนการสอน
สาระคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับพัฒนาการทางสมอง (Brain-based Learning) (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2553 : คำชี้แจง) ได้เสนอแนวคิดในการจัดทำแนวการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับพัฒนาทางสมอง
ไว้ว่า การจัดทำแนวการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับพัฒนาทางสมอง กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ว่า อยู่บนพื้นฐานของการจัดเรียงเนื้อหาตามคู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์
สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ตามหลักสูตร ซึ่งจัดโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ
เทคโนโลยี ด้วยการจัดทำกิจกรรมเพิ่มเติมในบางเนื้อหาที่พิจารณาแล้วว่า ไม่ปรากฏกิจกรรมที่จะ

ช่วยเสริมสร้างพัฒนาการทางสมองอย่างชัดเจน ทั้งนี้กิจกรรมที่เพิ่มเติม มุ่งเน้นการนำแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับพัฒนาการทางสมอง (Brain-based Learning) ไปใช้ให้มีความแตกต่างจากกิจกรรมในกลุ่มมือครู โดยมีลำดับกระบวนการเรียนรู้ (Roadmap) ดังนี้

ขั้นที่ 1 สัมผัสของจริงหรือวัตถุสามมิติ ที่นำมาใช้เป็นสื่อในการเรียนรู้ในห้องเรียน/นอกห้องเรียนเพื่อเก็บประสบการณ์

ขั้นที่ 2 ก้าวจากการเรียนรู้จากการสัมผัสของจริงหรือวัตถุสามมิติเข้าสู่กระบวนการเรียนรู้ โดยให้สมองคิดเทียบเคียงของจริงหรือวัตถุสามมิติขึ้นเป็นภาพ

ขั้นที่ 3 ก้าวจากการเรียนรู้จากภาพ ขึ้นสู่กระบวนการเรียนรู้โดยสมองเห็นภาพคู่กับสัญลักษณ์

ขั้นที่ 4 ก้าวจากการเรียนรู้จากภาพ ขึ้นสู่กระบวนการเรียนรู้โดยใช้สัญลักษณ์เพียงอย่างเดียว

2) การจัดการเรียนรู้แบบเล่นปนเรียน (play way method) (ชาญชัย ศรีไสยเพชร 2527: 153-154) ได้อธิบายว่า การจัดการเรียนรู้แบบเล่นปนเรียน เป็นวิธีการที่ให้ผู้เรียนได้เล่น ได้แสดง ได้ทำกิจกรรมควบคู่ไปกับการเรียน ซึ่งตามหลักจิตวิทยาหรือหลักธรรมชาตินั้น ผู้เรียนย่อมชอบการเล่น การแสดง ชอบทำกิจกรรมอยู่แล้ว การจับบทเรียนให้มีกิจกรรมการเล่นย่อมจะทำให้ผู้เรียนสนุกสนานและอยากเรียนมากขึ้น ครูจะแทรกบทเรียนไว้ในการเล่น การทำกิจกรรมเป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนด้วยการกระทำ การแสดง การเล่น ภายใต้การควบคุมของครู โดยมีแนวทางการจัดการเรียนรู้ การเล่นของเด็กมีส่วนช่วยส่งเสริมพัฒนาการด้านต่าง ๆ ของเด็กเป็นอย่างมาก สำหรับการเล่นที่ส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญา ทิศนา แจมมณี (2532 : 87-89) ได้เสนอแนะไว้ดังนี้

(1) การเล่นเกมสำรวจตรวจค้น (exploration play) เป็นการเล่นที่ส่งเสริมการรับรู้และประสบการณ์ ซึ่งมีพื้นฐานมาจากความสนใจ ความสงสัย และความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็นที่มีในตัวเด็ก ซึ่งจะช่วยให้เด็กได้ข้อมูลเพิ่มขึ้นเกี่ยวกับสิ่งที่สำรวจอันทำให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาการด้านความคิดรวบยอด และจะเป็นพื้นฐานนำไปสู่การค้นพบ การตัดสินใจ และการแก้ปัญหาที่ไม่เคยเรียนรู้หรือไม่มีประสบการณ์มาก่อน

(2) การเล่นเกมทดสอบ (testing play) เป็นการเล่นที่ส่งเสริมพัฒนาการคิดอย่างมีเหตุผล การที่เด็กได้สำรวจและทดลองเพื่อทดสอบ ช่วยให้เด็กได้พัฒนาการคิดอย่างมีเหตุผล ซึ่งเป็นกระบวนการทางสติปัญญาที่สำคัญมาก เด็กที่สำรวจสิ่งของต่าง ๆ มักจะมีการทดสอบคุณสมบัติของสิ่งนั้น ๆ เช่น เด็กกดปุ่มพัดลม เปิด ปิด และนั่งดูใบพัดหมุน

(3) การเล่นเกมออกกำลังกาย (physical play) เป็นการเล่นที่ส่งเสริมความพร้อมในการเรียนรู้ เป็นการเล่นในลักษณะของการออกกำลังกายช่วยพัฒนากล้ามเนื้อทั้งเล็กและใหญ่ ทั้งยัง

ช่วยพัฒนาความสัมพันธ์ระหว่างกล้ามเนื้อต่าง ๆ ให้เกิดความพร้อมในการเรียนรู้ ถึงแม้ว่าการเล่นแบบออกกำลังกายจะมีบทบาทที่ชัดเจนในการพัฒนาทางกาย แต่ก็มีส่วนสัมพันธ์กับการพัฒนาทางสติปัญญาด้วย เพราะความพร้อมทางกายเป็นองค์ประกอบสำคัญที่จะช่วยให้พัฒนาการทางสติปัญญาเป็นไปอย่างเหมาะสม

(4) การเล่นสมมติและการเล่นเลียนแบบ (dramatic play and initiation) เป็นการเล่นที่ส่งเสริมการใช้ความคิดและจินตนาการ เป็นการกระตุ้นให้เด็กใช้ความคิดและจินตนาการของตนเองฝึกการคิดคำนึง การสร้างมโนภาพ ซึ่งจะทำให้เด็กเข้าใจในเรื่องนามธรรมมากขึ้น รวมทั้งรู้จักปรับตัวเข้ากับผู้อื่นได้ด้วย

(5) การเล่นสร้าง (construction play) เป็นการเล่นที่เด็กจะนำข้อมูลความรู้ที่สนใจต่าง ๆ จากประสบการณ์มาสัมพันธ์กันในรูปแบบใหม่ อันก่อให้เกิดความคิดและประสบการณ์ใหม่ ๆ ในด้านสร้างสรรค์ เพื่อให้การเล่นประสบความสำเร็จ การเล่นเกมลักษณะนี้มีค่อนข้างมากในชนบท วัสดุอุปกรณ์ในการเล่นมักทำจากวัสดุเหลือใช้หรือวัสดุที่มีอยู่ในธรรมชาติ เช่น การเล่นร้อยดอกไม้ แล้วนำไปเล่นสมมติซื้อขายดอกไม้

(6) การเล่นเกมแบบสัมผัสกระทำ (manipulative play) เป็นการเล่นที่ส่งเสริมการสังเกต การคิดจำแนก การคิดเปรียบเทียบและการคิดหาความสัมพันธ์ เช่น การเล่นเกมต่อ นำภาพมาต่อให้เป็นภาพ

(7) การเล่นที่ส่งเสริมทักษะทางภาษาและความจำ (verbal play) ทักษะทางภาษาของเด็กเป็นดัชนีบ่งชี้ประการสำคัญประการหนึ่งของพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็ก การเล่นเกมช่วยฝึกทักษะการพูด ทำให้เด็กสามารถสื่อความคิดต่าง ๆ ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ เช่น การเล่นเกมร้องเพลง และทำท่าประกอบจังหวะ การเล่นเกมเล่าเรื่อง การเล่นเกมท่องคำคล้องจอง และการทำท่าประกอบ

(8) การเล่นเกม (games) เป็นการเล่นที่ส่งเสริมการคิดและการตัดสินใจ เกมบางอย่าง เด็กต้องอาศัยการออกกำลังกาย การเล่นเกมส่วนนี้มีส่วนช่วยพัฒนาสติปัญญาของเด็กในการเล่น เกม เด็กต้องจดจำกติกา ข้อตกลง ต้องตัดสินใจและใช้ไหวพริบ นอกจากนี้ ยังช่วยพัฒนาด้านร่างกายสังกะยม และอารมณ์ด้วย

3) การจัดการเรียนรู้โดยเกม (game) เกม หมายถึง กิจกรรมที่ก่อให้เกิดความสนุกสนาน ซึ่งมีการแข่งขันอย่างมีจุดหมายและกฎเกณฑ์ ส่วนประกอบของเกมคือ ผู้เล่น จุดหมาย และกฎเกณฑ์ (สุจริต เพียรชอบ 2531: 214) เกมจึงเป็นวิธีการหนึ่งที่สามารถนำมาใช้ในการสอนได้ดี โดยผู้สอนสร้างสถานการณ์สมมติขึ้นให้ผู้เรียนเล่นด้วยตัวเองภายใต้ข้อตกลงหรือกติกาที่กำหนดขึ้น ผู้เรียนจะต้องตัดสินใจทำอย่างใดอย่างหนึ่งในอันที่จะทำให้มีผลออกมาในการรู้แพ้รู้ชนะ ซึ่ง ทิศนา ขัมมณี (2553 : 365) ให้ความหมายของวิธีการจัดเรียนรู้โดยใช้เกมว่า เป็นกระบวนการที่

ผู้สอนใช้ในการช่วยเหลือผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ โดยให้ผู้เรียนเล่นเกมตามกติกา และนำเนื้อหาและข้อมูลของเกม พฤติกรรมการเล่น วิธี การเล่น และผลการเล่นเกมของผู้เรียนมาใช้ในการอภิปรายเพื่อสรุปการเรียนรู้ ซึ่งประนอม สุรัสวดี (2553: 15) ได้กล่าวถึงลักษณะของกิจกรรมเกมว่า ควรมีลักษณะ ดังนี้

- (1) ใช้เวลาช่วงสั้น ๆ พอสมควรกับระยะเวลาและระดับชั้นของผู้เรียน
 - (2) มีข้อตกลงหรือคำสั่งชัดเจน
 - (3) นักเรียนมีโอกาสร่วมกิจกรรมเกมนั้นทุกคน
 - (4) ถ้าเป็นการแข่งขัน ควรมีกติกาไว้แน่นอน เพื่อไม่ให้เกิดปัญหาในการตัดสินใจ
 - (5) มีการเคลื่อนไหวร่างกายได้ เพื่อเป็นการเปลี่ยนอิริยาบถ
 - (6) มีการควบคุมเสียงไม่ให้รบกวนการเรียนการสอนของห้องเรียนข้างเคียง
- สำหรับขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ โดยใช้เกม มีขั้นตอนดังนี้

(1) การเลือกและนำเสนอเกม เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนพิจารณาเลือกเกมที่จะนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เกมที่ใช้ส่วนใหญ่คือ เกมการศึกษา ซึ่งเป็นเกมที่มีวัตถุประสงค์มุ่งให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์หรือผลลัพธ์การเรียนรู้ โดยได้ออกแบบให้เป็นเกมการศึกษาโดยตรง มีอยู่ 3 ประเภท คือ (1) เกมแบบไม่มีการแข่งขัน เช่น เกมการสื่อสาร เกมการตอบคำถาม (2) เกมแบบแข่งขัน มีผู้แพ้ ผู้ชนะ และ (3) เกมจำลองสถานการณ์ (simulation game) เป็นเกมที่จำลองความเป็นจริง สถานการณ์จริง

(2) การชี้แจงวิธีการเล่นและกติกาการเล่น เป็นขั้นตอนที่ครูผู้สอนต้องบอกชื่อเกม ชี้แจงวิธีการเล่นเกม ในเกมบางประเภทอาจต้องสาธิตหรือซักซ้อมก่อน ทั้งนี้ เพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจ ปฏิบัติได้ถูกต้อง ช่วยให้เกิดการเรียนรู้ที่บรรลุจุดประสงค์และเกิดความปลอดภัยในการเล่น

(3) การเล่นเกม ผู้สอนควรจัดเตรียมความพร้อมทั้งด้านสถานที่ อุปกรณ์ประกอบการเล่น และเตรียมความพร้อมผู้เล่นเพื่อให้เกิดความราบรื่น เรียบร้อย และบรรลุจุดประสงค์ของการเรียนรู้โดยใช้เกม แล้วจึงให้เล่นเกมไปตามลำดับขั้นตอน โดยผู้สอนต้องคอยควบคุมดูแลให้เป็นไปตามกฎ กติกา มารยาทของการเล่นเกม

(4) การอภิปรายหลังการเล่นและสรุปผล เป็นขั้นตอนที่สำคัญของการจัดการเรียนรู้ โดยการใช้เกม เพราะการอภิปรายจะช่วยให้เกิดการเรียนรู้ร่วมกันและนำไปสู่ข้อสรุปที่เป็นข้อความรู้ที่ได้จากการจัดการเรียนรู้โดยใช้เกม ดังนั้น ผู้สอนจึงต้องจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้อภิปราย แลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน โดยการตั้งประเด็นคำถามหรือประเด็นการอภิปรายเพื่อให้ได้ข้อสรุป และกระตุ้นจูงใจให้เกิดการอภิปรายอย่างกว้างขวางและมีเหตุมีผล

(5) การประเมินผลการเรียนรู้ เป็นขั้นตรวจสอบผลการเรียนรู้ว่า การจัดการเตรียม โดย ใช้เกมช่วยให้เกิดผลการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้หรือไม่ อย่างไร โดยอาจใช้วิธีการ สังเกตการณ์ซักถาม การทดสอบ หรือตรวจสอบจากคุณภาพของผลการปฏิบัติงาน รวมทั้ง ตรวจสอบกระบวนการจัดกิจกรรมเพื่อปรับปรุง พัฒนาการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไปด้วย

4) การจัดการเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, กระทรวงศึกษาธิการ, 2547) เสนอว่า กระบวนการแก้ปัญหามี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา หรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและ จำเป็นอีกหลายประการเช่น ทักษะการอ่าน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทักษะการแปล ความหมายทาง ภาษา ซึ่งผู้เรียนควรวิเคราะห์ได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรให้ และ โจทย์ต้องการให้หาอะไร

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะการนำความรู้ หลักการ หรือ ทฤษฎีที่ เรียนรู้มาแล้ว ทักษะการเลือกใช้วิธีที่เหมาะสม เช่น ใช้การเขียนรูปหรือแผนภาพใช้ตารางวิเคราะห์ ใช้การสังเกตหาแบบรูปและความสัมพันธ์ เขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะ การประมาณค่าคาดการณ์ หรือคาดเดาคำตอบมาประกอบการวางแผน ขั้นวางแผนแก้ปัญหาเป็น ขั้นตอนที่สำคัญ ผู้สอนควรหาทวิวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะการคิดคำนวณ หรือการดำเนินการทาง คณิตศาสตร์ ทักษะการพิสูจน์หรือการอธิบาย และแสดงผล

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ ต้องอาศัยทักษะการคำนวณ การประมาณค่าตอบ การพิจารณา ความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวน (Number sense) หรือ ความรู้ เชิงปริภูมิ(Spatial sense)

เลบานานซ์ (LeBlance, 1977) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ซึ่งสรุปได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาว่า อะไรคือข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้ และอะไรคือสิ่งที่โจทย์ถาม

ขั้นที่ 2 วางแผนเลือกวิธีการที่จะใช้ในการหาคำตอบ เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาตัดสินใจ เลือกวิธีที่ใช้ในการหาคำตอบของปัญหา โดยใช้ความรู้และประสบการณ์

ขั้นที่ 3 ลงมือแก้ปัญหาตามที่วางแผน เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหานำวิธีการที่เลือกไว้มาใช้ในการ แก้โจทย์ปัญหา ถ้าวิธีการที่เลือกใช้ในการหาคำตอบนั้นทำให้ไม่ได้คำตอบ ผู้แก้ปัญหาต้อง ย้อนกลับไปสู่ขั้นที่ 2 อีกครั้งหนึ่ง

ขั้นที่ 4 ทบทวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นการตรวจสอบขั้นตอนต่างๆ ในการ แก้ปัญหาตลอดจนหาคำตอบที่ได้

โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษาได้กำหนดขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา เพื่อหาสิ่งที่โจทย์บอก โจทย์ถาม ข้อมูลใดที่จำเป็นในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 หาวิธีแก้โจทย์ปัญหา และเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ เพื่อวางแผนในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 คำนวณหาคำตอบ โดยใช้ทักษะการคำนวณ เพื่อให้ได้สิ่งที่โจทย์ถาม

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ เพื่อตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการคำนวณ พิจารณาความสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์บอก และความเป็นไปได้ของคำตอบ

5) การเรียนรู้แบบร่วมมือกัน (Cooperative Learning) และเทคนิควิธีการสอน KWDL (Know-Want-Do-Learned)

การเรียนรู้แบบร่วมมือกันหรือการร่วมมือกันเรียนรู้ เป็นแนวคิดในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ให้นักเรียนได้ร่วมกันเรียนรู้และปฏิบัติกิจกรรมให้บรรลุผลสำเร็จตามจุดมุ่งหมาย มุ่งเน้นการร่วมกันปฏิบัติงาน ช่วยเหลือซึ่งกันและกันและพัฒนาทักษะทางสังคม กล่าวได้ว่าเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญแบบหนึ่ง ซึ่งแนวคิดในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันนี้มาจากนักศึกษาดังกล่าว และเป็นที่รู้จักกันแพร่หลาย เช่น สลาวิน (Slavin,1990) ได้เสนอแนะไว้ว่า วิธีสอนแบบร่วมมือกัน เรียนรู้หรือวิธีสอนแบบร่วมมือกันคือ การจัดการเรียนการสอน โดยให้ผู้เรียนเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-6 คน สมาชิกกลุ่มจะต้องช่วยกัน เรียนรู้ร่วมกัน ปฏิบัติกิจกรรมจนบรรลุผลสำเร็จและยังได้เสนอแนะเพิ่มเติมว่า วิธีสอนในแบบดังกล่าวช่วยให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้น ภูมิใจในตนเอง ตระหนักถึงความรับผิดชอบของตนเองและต่อกลุ่ม ช่วยให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์สูงขึ้น พัฒนาการความสัมพันธ์ที่ดี มีการยอมรับผู้อื่นมากขึ้น สร้างความมั่นใจในตนเองและรู้ถึงคุณค่าของตนเองมากขึ้น สอดคล้องกัน จอยซ์ และ เวล (Joyce and Weil,1986) ที่ได้กล่าวไว้ว่า การสอนแบบร่วมมือกันง่ายกว่าที่ครูสอน เรียนรู้ช่วยพัฒนาผู้เรียนด้านสติปัญญา โดยเพื่อนในกลุ่มจะช่วยเหลือแนะนำกัน เนื่องจากผู้เรียนที่อยู่ในวัยเดียวกันสามารถสื่อสาร สื่อความหมายแก่กันและกันได้ง่ายและทำให้เข้าใจว่าที่ครูสอน จอห์นสันและจอห์นสัน (Johnson and Johnson,1996) เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันว่าเป็นวิธีการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้กับนักเรียนเป็นกลุ่มเล็ก (วัชราน เล่าเรียนดี 2554: 155-161) สำหรับเทคนิค KWDL เป็นเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาจากเทคนิค KWL ของโอเกิล (Ogle,1986, อ้างถึงใน วัชราน เล่าเรียนดี 2554 : 130) ที่ต้องอาศัยทักษะการอ่านเป็นพื้นฐานเช่นเดียวกัน นั่นคือ นักเรียนต้องมีความสามารถในการ

อ่านก่อน จึงสามารถพัฒนาทักษะการอ่านให้มีคุณภาพมากขึ้น การดำเนินการตามลำดับขั้นตอน KWDL จะช่วยชี้นำการคิดแนวทางในการอ่านและหาคำตอบของคำถามสำคัญต่าง ๆ จาก เรื่องนั้น ซึ่ง K,W,D,L มาจากคำถามที่ว่า

K: เรารู้อะไร (What we Know) หรือ โจทย์บอกอะไรเราบ้าง (สำหรับคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์)

W: เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร (What we want to know) โจทย์ให้อะไรหรือ โจทย์บอกอะไรบ้าง

D: เราทำอะไร อย่างไร (What we do และหาคำตอบ) เรามีวิธีการอย่างไรบ้างหรือมีวิธีดำเนินการเพื่อหาคำตอบอย่างไร

L: เราเรียนรู้อะไรจาก (การดำเนินการ ขั้นที่ 3) (What we learned) ซึ่งคือคำตอบสาระความรู้และวิธีศึกษาคำตอบ ขั้นตอนการคิดคำนวณ

การกำหนดขั้นตอนของเทคนิค KWDL การมีคำถามนำเพื่อให้คิดหาข้อมูลของคำตอบตามที่ต้องการในแต่ละขั้น จะช่วยส่งเสริมการอ่านมากขึ้น โดยเฉพาะการอ่านเชิงวิเคราะห์ การนำกระบวนการหรือเทคนิค KWDL ไปใช้ในการสอนคณิตศาสตร์เป็นวิธีที่เหมาะสมอีกวิธีหนึ่ง โดยเฉพาะในเรื่องโจทย์ปัญหา ซึ่งเป็นปัญหาของนักเรียนมากที่สุด ทั้งนี้ อาจเนื่องมาจากการอ่านโจทย์ไม่เข้าใจชัดเจน วิเคราะห์โจทย์ไม่เป็น เป็นปัจจัยสำคัญปัจจัยหนึ่ง ที่นอกเหนือจากการคิดคำนวณไม่เป็น ดังนั้นทุกขั้นตอนครูจึงต้องให้คำแนะนำ ชี้แนวทางให้นักเรียนได้คิดพิจารณาและวิเคราะห์ให้หลากหลายมากที่สุด การใช้เทคนิค KWDL ในการสอนคณิตศาสตร์ ครูต้องมีแผนผังหรือตาราง KWDL ในตอนเริ่มต้นบทเรียนที่ครูอธิบาย โดยครูและนักเรียนร่วมกันเรียนรู้ ทำความเข้าใจซึ่งต้องมีแผนผัง KWDL ประกอบให้เห็นชัดเจนทุกคนด้วยการร่วมกันฝึกและทำแบบฝึกหัด นอกจากนั้นนักเรียนจะต้องมีแผนผัง KWDL ของตนเองเพื่อเติมข้อความด้วยเช่นกัน แต่ควรให้ใช้ร่วมกัน 2 คน ต่อ 1 ชุด จะเหมาะสมกว่า เพื่อส่งเสริมการทำงาน สำหรับลักษณะของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ จัดโดยการแบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ประกอบด้วยสมาชิกที่มีความสามารถในการเรียนแตกต่างกัน มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกันเพื่อให้บรรลุเป้าหมาย องค์ประกอบที่สำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่จะทำให้การจัดการเรียนรู้ประสบผลสำเร็จมี 5 ประการ ซึ่ง วรณทิพา รอดแรงกล้า (2541 : 141-144) ได้เสนอไว้ดังนี้

(1) การปรึกษาหารือกันอย่างใกล้ชิดระหว่างสมาชิกในกลุ่ม เป็นการจัดผู้เรียนเข้ากลุ่มในลักษณะคละกันทั้งเพศ อายุ ความสามารถ ความสนใจ หรืออื่น ๆ เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้และความสำเร็จของกันและกัน โดยการช่วยเหลือสนับสนุน กระตุ้น ยกย่องความมานะพยายามของกันและกัน การปฏิสัมพันธ์ภายในกลุ่ม

(2) ความรับผิดชอบของสมาชิกแต่ละคน ที่จะช่วยให้กลุ่มมีสัมฤทธิ์ผลสูงสุดในการทำงาน เกิดขึ้นเมื่อมีการประเมินการปฏิบัติงานของผู้เรียน เพราะการประเมินจะย้อนกลับไปให้กับกลุ่มและให้กับผู้เรียน เพื่อให้แน่ใจว่าผู้เรียนแต่ละคนแสดงความรับผิดชอบต่องาน

(3) ทักษะการทำงานเป็นกลุ่มหรือทักษะทางสังคม ผู้เรียนต้องใช้ทักษะความร่วมมือในการทำงานให้มีประสิทธิภาพ ซึ่งได้แก่ ทักษะการสื่อความหมาย สามารถสื่อความได้อย่างแม่นยำ ไม่กำกวม การแบ่งปัน การช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และร่วมมือกัน

(4) ความสัมพันธ์กันในทางบวก เกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนเกิดการรับรู้ว่าตัวเองต้องทำงานร่วมกับสมาชิกคนอื่น ๆ ของกลุ่ม จนเกิดความรู้สึกว่าความสำเร็จของแต่ละคนขึ้นอยู่กับความสำเร็จของกลุ่ม

(5) กระบวนการกลุ่ม เกิดขึ้นเมื่อสมาชิกในกลุ่มอภิปรายถึงประสิทธิภาพของความสำเร็จในการทำงานให้บรรลุวัตถุประสงค์ กระบวนการกลุ่มจะสะท้อนให้เห็นถึงการทำงานของกลุ่ม ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ ดังนี้ (อรพรรณ พรสีมา, 2540 : 65-66)

(1) ขั้นเตรียม กิจกรรมในขั้นเตรียมประกอบด้วยครูแนะนำทักษะในการเรียนรู้ร่วมกัน และจัดกลุ่มเรียนโดยแบ่งออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ กลุ่มละ 4 คน ครูควรแนะนำเกี่ยวกับระเบียบของกลุ่ม บทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม แจกวัสดุประสงค์ของบทเรียนและการทำกิจกรรมร่วมกัน รวมทั้งการฝึกทักษะพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับกลุ่ม

(2) ขั้นกิจกรรมกลุ่ม ผู้เรียนที่เรียนรู้กันในกลุ่มย่อย โดยที่แต่ละคนมีบทบาทและหน้าที่ตามที่รับมอบหมาย เป็นขั้นตอนที่สมาชิกในกลุ่มจะได้ร่วมกันรับผิดชอบต่อผลงานของกลุ่ม ในขั้นนี้ครูจะกำหนดให้ผู้เรียนใช้เทคนิคต่างๆ ในการทำกิจกรรม

(3) ขั้นการตรวจสอบผลงานและทดสอบ ในขั้นนี้เป็นการตรวจสอบว่าผู้เรียนได้ปฏิบัติหน้าที่ครบถ้วนแล้วหรือยัง ผลการปฏิบัติเป็นอย่างไร เน้นการตรวจสอบผลงานกลุ่มและรายบุคคล ในบางกรณีผู้เรียนอาจต้องซ่อมเสริมสิ่งที่ยังบกพร่อง ต่อจากนั้นจึงเป็นการทดสอบ

(4) ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานของกลุ่ม ครูและผู้เรียนช่วยกันสรุปบทเรียน ถ้ามีสิ่งที่ไม่เข้าใจ ครูควรอธิบายเพิ่มเติม ครูและผู้เรียนช่วยกันประเมินผลการทำงานกลุ่ม และพิจารณาว่าอะไรคือจุดเด่นของงาน อะไรคือสิ่งที่ยังต้องปรับปรุง

จากการศึกษารูปแบบการสอนของหน่วยงาน และนักวิชาการต่างๆ พบว่า มีประเด็นสำคัญของรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

ตาราง 10 วิเคราะห์ประเด็นสำคัญของรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์

รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่นิยม (กรมวิชาการ,2542)			รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์จากนักวิชาการโดยทั่วไปด้าน....					สรุปประเด็น
สวท.	วรรณิ	ทั่วไป	พัฒนาสมอง	เล่นปนเรียน	ใช้เกมในการสอน	กระบวนการแก้ปัญหา	แบบร่วมมือ	
ขั้นตอนการสอน	ขั้นตอนการสอน	ขั้นตอนการสอน	ขั้นตอนการสอน	ลักษณะการเล่น	ขั้นตอนการสอน	ขั้นตอนการสอน	ขั้นตอนการสอน	ขั้นตอนการสอน
1. ทบทวนความรู้เดิม	1. ขั้นนำ	1. ทบทวนความรู้เดิม	1. สัมผัสของจริง	1. เล่นสำรวจตรวจค้น	1. เลือกเกมและเสนอเกม	1. ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา	1. ขั้นเตรียม	1. ขั้นนำ/ขั้นเตรียมโดยสัมผัสของจริง/เล่นเกม
2. กิจกรรมการเรียนรู้	2. ขั้นเกิดมโนคติ-สอนให้เข้าใจ ใช้-ใช้ของจริง	2. สอนเนื้อหาใหม่-ใช้สื่อ, ตรวจสอบความเข้าใจเด็ก	2. สัมผัสของจริงสู่การเรียนรู้เป็นภาพจากภาพคู่กับสัญลักษณ์	2. เล่นแบบทดสอบ	2. ชี้แจงวิธีเล่นและกติกาการเล่น	2. วางแผนแก้ปัญหา	2. ขั้นกิจกรรมกลุ่ม	2. ทบทวนความรู้เดิม
-ใช้รูปภาพประกอบ	ใช้รูปภาพประกอบ	ใช้รูปภาพประกอบ	3. ก้าวจากการเรียนรู้จากภาพคู่กับสัญลักษณ์	3. เล่นออกกำลังกาย	3. การเล่นเกม	3. ดำเนินการแก้ปัญหา	3. ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ	3. ขั้นกิจกรรมการเรียนรู้
-ใช้สัญลักษณ์	-เสริมความเข้าใจ	3. สรุปวิธีลัด	4. ก้าวจากภาพสู่การเรียนรู้โดยใช้สัญลักษณ์	4. เล่นสมมุติ	4. การอภิปรายหลังการเล่นและสรุปผล	4. ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ	4. ขั้นสรุปทบทวนและประเมินผลการทำงาน	-เนื้อหาใหม่
3. สรุป	-สร้างเจตคติ	4. ฝึกทักษะ/ทำแบบฝึกหัด	4. ก้าวจากภาพสู่การเรียนรู้โดยใช้สัญลักษณ์	5. เล่นสร้าง				-สัมผัสของจริง/รูปภาพ/สื่อ/สัญลักษณ์
4. ฝึก	3. ขั้นสรุป	5. นำความรู้ไปใช้		6. เล่นสัมผัสทางภาษาและ				4. สรุป/ฝึกทักษะ
5. นำความรู้ไปใช้	4. ขั้นฝึกทักษะ	6. ประเมินผล		7. เล่นส่งเสริมทักษะ				5. นำความรู้ไปใช้/ตรวจสอบและประเมินผล
6. ประเมินผล	5. ขั้นนำไปใช้	ตรวจสอบ		ความจำ				
	6. ขั้นประเมินผล							

จากตาราง 10 สรุปประเด็นสำคัญของรูปแบบ / ขั้นตอนการสอนคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้ 1)ขั้นนำ โดยเตรียมนักเรียนให้เล่นได้สัมผัสจากของจริง เพื่อช่วยกระตุ้นความสนใจ 2)ครูทบทวนเนื้อหาเดิมที่นักเรียนเรียนรู้ไปแล้ว 3)ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เนื้อหาใหม่โดยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจจากการใช้ของจริง ใช้ภาพ ใช้สื่อ 4)ครูฝึกทักษะและให้นักเรียนสรุปเป็นสัญลักษณ์ และวิธีลัด 5) ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบ ประเมินผลและนำความรู้ไปใช้

เอกสารเกี่ยวกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552) สรุปรายละเอียด ดังนี้

1. ความสำคัญและธรรมชาติของสาระคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

2. เนื้อหาสาระหลักของสาระคณิตศาสตร์

สาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกระดับชั้น ทุกคน ดังนี้

2.1 จำนวนและการดำเนินการ: ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

2.2 การวัด: ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหเกี่ยวกับกรวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

2.3 เรขาคณิต: รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนั้ภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation)

2.4 พีชคณิต: แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

2.5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น: การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

2.6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้สาระคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

4. คุณภาพของผู้เรียนสาระคณิตศาสตร์ เมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ ๓ จะมีคุณภาพดังนี้

4.1 มีความรู้ความเข้าใจและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับไม่เกินหนึ่งแสนและศูนย์ และการดำเนินการของจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

4.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก ปริมาตร ความจุ เวลา และเงิน สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

4.3 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกลม ทรงกระบอก รวมทั้ง จุด ส่วนของเส้นตรง รังสี เส้นตรง และมุม

4.4 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูป และอธิบายความสัมพันธ์ได้

4.5 รวบรวมข้อมูล และจำแนกข้อมูลเกี่ยวกับตนเองและสิ่งแวดล้อมใกล้ตัวที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน และอภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพและแผนภูมิแท่งได้

4.6 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

5. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางสาระคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.๑	๑. เขียนและอ่านตัวเลขฮินดูอารบิก และ ตัวเลขไทยแสดงปริมาณของสิ่งของหรือจำนวนนับที่ไม่เกินหนึ่งร้อยและศูนย์	<ul style="list-style-type: none"> การใช้จำนวนบอกปริมาณที่ได้จากการนับ การเขียนตัวเลขฮินดูอารบิก และตัวเลขไทยแสดงจำนวน การอ่านตัวเลขฮินดูอารบิกและตัวเลขไทย การนับเพิ่มทีละ ๑ ทีละ ๒ การนับลดทีละ ๑
	๒. เปรียบเทียบและเรียงลำดับจำนวนนับไม่เกินหนึ่งร้อยและศูนย์	<ul style="list-style-type: none"> หลักและค่าของเลขโดดในแต่ละหลัก การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนในรูปกระจาย การเปรียบเทียบจำนวนและการใช้เครื่องหมาย = \neq > < การเรียงลำดับจำนวนไม่เกินห้าจำนวน

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.๑	๑. บวก ลบ และบวก ลบระคนของจำนวนนับไม่เกินหนึ่งร้อยและศูนย์ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	<ul style="list-style-type: none"> ความหมายของการบวก และการใช้เครื่องหมาย + การบวกที่ไม่มีการทด ความหมายของการลบ และการใช้เครื่องหมาย - การลบที่ไม่มีการกระจาย การบวก ลบระคน
	๒. วิเคราะห์และหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และ โจทย์ปัญหาหระคนของจำนวนนับไม่เกินหนึ่งร้อยและศูนย์ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	<ul style="list-style-type: none"> โจทย์ปัญหาการบวก การลบ โจทย์ปัญหาการบวก ลบระคน การสร้างโจทย์ปัญหาการบวก การลบ

สาระที่ ๒ การวัด

มาตรฐาน ค ๒.๑ เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.๑	๑. บอกความยาว น้ำหนัก ปริมาตรและความจุ โดยใช้หน่วยที่ไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน	<ul style="list-style-type: none"> • การเปรียบเทียบความยาว (สูงกว่า เตี้ยกว่า ยาวกว่า สั้นกว่า ยาวเท่ากัน สูงเท่ากัน) • การวัดความยาวโดยใช้หน่วยที่ไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน • การเปรียบเทียบน้ำหนัก (หนักกว่า เบากว่า หนักเท่ากัน) • การชั่งโดยใช้หน่วยที่ไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน • การเปรียบเทียบปริมาตรและความจุ (มากกว่า น้อยกว่า เท่ากัน จุกมากกว่า จุน้อยกว่า จูเท่ากัน) • การตวงโดยใช้หน่วยที่ไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน
	๒. บอกช่วงเวลา จำนวนวันและชื่อวันในสัปดาห์	<ul style="list-style-type: none"> • ช่วงเวลาในแต่ละวัน (กลางวัน กลางคืน เช้า สาย เย็น บ่าย เย็น) • จำนวนวันและชื่อวันในสัปดาห์

สาระที่ ๓ เรขาคณิต

มาตรฐาน ค ๓.๑ อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.๑	๑. จำแนกรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี	<ul style="list-style-type: none"> • รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี

สาระที่ ๔ พิชคณิต

มาตรฐาน ค ๔.๑ เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.๑	๑. บอกจำนวนและความสัมพันธ์ในแบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้นทีละ ๑ ทีละ ๒ และลดลงทีละ ๑	<ul style="list-style-type: none"> • แบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้นทีละ ๑ ทีละ ๒ • แบบรูปของจำนวนที่ลดลงทีละ ๑
	๒. บอกรูปและความสัมพันธ์ในแบบรูปของรูปที่มีรูปร่าง ขนาด หรือสีที่สัมพันธ์กันอย่างใดอย่างหนึ่ง	<ul style="list-style-type: none"> • แบบรูปของรูปที่มีรูปร่าง ขนาดหรือสีที่สัมพันธ์กันอย่างใดอย่างหนึ่ง เช่น $\triangle \square \triangle \square \triangle \square _$

สาระที่ ๖ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.๑ – ๓	๑. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ๒. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ๓. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ๔. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ๕. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ๖. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	-

จึงสรุปได้ว่า หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีธรรมชาติวิชาที่ต้องพัฒนาให้นักเรียนได้มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถ่องถ้วน รอบคอบ

สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ยังมีเนื้อหาสาระหลักเรื่องจำนวนและการดำเนินการ ที่ควรส่งเสริมพัฒนาทักษะกระบวนการในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญของสาระคณิตศาสตร์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยที่เกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

เขาวลัษณ์ ลีกระจ่าง (2554) ได้ศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การคูณ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ยุทธวิธีการสอนตามแนวคิดชิปปาโมเดล โดยใช้กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านดอนปอแดง สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาขอนแก่น เขต 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 10 คน โดยใช้ยุทธวิธีการสอนตามแนวคิดชิปปาโมเดล จำนวน 15 แผน พบว่า 1) นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ร้อยละ 81.25 และมีจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์การประเมิน ร้อยละ 80 ของจำนวนทั้งหมด (เกณฑ์ที่กำหนดร้อยละ 70) 2) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เฉลี่ยร้อยละ 77.33 และมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 90 (เกณฑ์ที่กำหนดร้อยละ 70)

พิมพ์พร ไชยฤกษ์ (2552) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้เกมคณิตศาสตร์ร่วมกับกิจกรรมกลุ่มย่อย โดยมีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้เกมคณิตศาสตร์ร่วมกับกิจกรรมกลุ่มย่อย และ 2) เพื่อวัดทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้เกมคณิตศาสตร์ร่วมกับกิจกรรมกลุ่มย่อย กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนทวีรัตน์ อ.หาดใหญ่ จ.สงขลา จำนวน 2 ห้อง จำนวนนักเรียน 60 คน โดยใช้เครื่องมือในการทดลอง ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร โดยใช้เกมคณิตศาสตร์ร่วมกับกิจกรรมกลุ่มย่อย 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ก่อนเรียนและหลังเรียน 3) แบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สรุปผลการวิจัยพบว่า

1) นักเรียนที่เรียนโดยใช้เกมคณิตศาสตร์ร่วมกับกิจกรรมกลุ่มย่อยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2) นักเรียนที่เรียนโดยใช้เกมคณิตศาสตร์ร่วมกับกิจกรรมกลุ่มย่อยมีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

โกลด์เบิร์ก (Goldberg. 1980) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้เกมที่มีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง

2 กลุ่ม ๆ ละ 100 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ระยะเวลาในการทดลอง 10 สัปดาห์ ๆ ละ 1 ครั้ง ๆ ละ 45 นาที จำนวนเกมที่ใช้ทั้งหมด 16 เกม ผลการทดลองพบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทั้งสองกลุ่ม มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และได้เสนอแนะไว้ดังนี้ 1) เกมช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาได้มาก 2) เกมช่วยให้นักเรียนมองการใช้เกมในทางบวก 3) การเพิ่มความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ขึ้นอยู่กับวิธีการสอนและการใช้เกม ซึ่งเป็นวิธีสอนที่ใช้ได้วิธีหนึ่ง

2. งานวิจัยที่เกี่ยวกับ วิธีการสอน รูปแบบการจัดกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ธนวรรณ แก้ววิเชียร (2559) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามเทคนิค K-W-D-L โดยใช้กระบวนการร่วมมือ THINK – PAIR – SHARE เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนเทศบาลวัดหลวงราชวาส สาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง จังหวัดอุทัยธานี ผลวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2557 มีผลการพัฒนาทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 และผลการประเมินและปรับปรุงรูปแบบ พบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2558 มีผลการพัฒนาทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 และผลจากการที่ครูคณิตศาสตร์นำรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบ STELE Model ไปใช้มีผลการประเมินอยู่ในระดับมากที่สุด ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 เรียนรู้ด้วยตนเอง (S-Student) เป็นขั้นตรวจสอบนักเรียนว่ามีองค์ความรู้เกี่ยวกับเรื่องที่เรียนเพียงใด(What the students know) ขั้นตอนที่ 2 เติมเต็มด้วยกลุ่ม (T-Team) เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้ ร่วมกันอภิปราย และสรุปวิธีการค้นหาคำตอบด้วยกระบวนการกลุ่มแบบ Think – Pair – Share (What the students do) ขั้นตอนที่ 3 รวมกลุ่มอภิปราย (Explore) เป็นขั้นตอนที่เกิดการเรียนรู้กันทั้งชั้นเรียนด้วยการแลกเปลี่ยนกระบวนการเรียนรู้ ขั้นนี้จะช่วยให้ครูทราบว่านักเรียนมีความต้องการเรียนรู้เรื่องใดเป็นพิเศษ (What the students want) ขั้นตอนที่ 4 ขยายความด้วยครู (Learn) เป็นขั้นตอนที่ครูผู้สอนสอนองค์ความรู้หรือเทคนิค ทักษะ กระบวนการที่นักเรียนต้องการ พร้อมทั้งเพิ่มเติมองค์ความรู้ตามหลักสูตรกำหนด (What the students learn) และขั้นตอนที่ 5 พรั่งพร้อมด้วยทักษะ (Exposure) เป็นขั้นตอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกทักษะและนำองค์ความรู้ไปปรับใช้กับการปฏิบัติภาระงาน เพื่อให้เกิดความชำนาญและแม่นยำมากขึ้น (What the students expose)

พัชรีย์ กาทำมา (2558) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่เน้นทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยกลุ่มเป้าหมายคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนบ้านหนองแวง

โศกพระ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาขอนแก่น เขต 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 17 คน โดยใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการ แบ่งเป็น 4 วงจร เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ 1) เครื่องมือในการทดลองปฏิบัติการ คือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม จำนวน 15 แผน 2) เครื่องมือที่ใช้สะท้อนผลการปฏิบัติ ได้แก่ แบบบันทึกการสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบบันทึกผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้ และแบบทดสอบท้ายวงจร 3) เครื่องมือที่ใช้ในการประเมินประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผลวิจัยพบว่า

1) การพัฒนางิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่เน้นทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน คือ

(1) ช้่นนำ เป็นขั้นเตรียมความพร้อมให้นักเรียนได้ทราบจุดประสงค์การเรียนรู้ และทบทวนความรู้เดิม

(2) ช้่นสอน ประกอบด้วย

-ขั้นเผชิญสถานการณ์ปัญหาและแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล เป็นขั้นตอนที่นักเรียนฝึกการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อให้นักเรียนเขียนอธิบายคำตอบ ขั้นตอนในการหาคำตอบ หรือการวาดภาพ

-ขั้นไตร่ตรองระดับกลุ่มย่อย เป็นขั้นที่นักเรียนทุกคนฝึกการเสนอแนวคิด ในการแก้ปัญหาของตนต่อกลุ่มย่อย ทีละคน จากนั้นร่วมกันอภิปราย เพื่อสรุปเป็นวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่ม

-ขั้นไตร่ตรองระดับกลุ่มใหญ่ เป็นขั้นที่ตัวแทนกลุ่มนำเสนอแนวทางการ ปัญหาต่อทั้งชั้น สมาชิกทุกคนในชั้นร่วมอภิปรายตรวจสอบความถูกต้อง และสรุปแนวทางในการแก้ปัญหา

(3) ช้่นสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปมโนคติเกี่ยวกับเรื่องที่เรียน จากนั้นเขียนสรุปเป็นรายบุคคล

(4) ช้่นฝึกทักษะ เป็นขั้นที่นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ เพื่อฝึกแก้ปัญหาที่หลากหลายและเขียนสื่อสาร

(5) ช้่นประเมินผล เป็นขั้นที่ประเมินความรู้ ความเข้าใจแต่ละครั้งจากผลงานของนักเรียน ใบกิจกรรม แบบฝึกทักษะ การร่วมกิจกรรม การแสดงความคิดเห็น และการนำเสนองาน

2) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 76.27 และมีนักเรียนผ่านเกณฑ์จำนวน 13 คน คิดเป็นร้อยละ 76.47 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ ให้มีจำนวนนักเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนร้อยละ 70 ขึ้นไป

3) นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในระดับดีขึ้นไป จำนวน 14 คน คิดเป็นร้อยละ 82.35 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

จิริยา จำปาหอม (2555) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วัฏจักรการเรียนรู้ (5Es) โดยใช้กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบ้านหนองวัดป่า อำเภอหนองสองห้อง จังหวัดขอนแก่น ปีการศึกษา 2555 จำนวน 17 คน พัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้วัฏจักรการเรียนรู้ (5Es) จำนวน 12 แผน พบว่า 1)ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 71.77 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์คิดเป็นร้อยละ 76.47 ของจำนวนทั้งหมด ซึ่งผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 2)ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย คิดเป็นร้อยละ 75.00 ของคะแนนเต็ม และจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์คิดเป็นร้อยละ 76.47 ของจำนวนนักเรียน ซึ่งผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 3)นักเรียนมีความพึงพอใจมากที่สุด คือ ด้านการแก้ปัญหา/การใช้เหตุผล (\bar{X} =4.69) รองลงมาคือ ด้านคุณลักษณะอื่นๆ (\bar{X} =4.56) และด้านโครงสร้างความรู้ (\bar{X} =4.44)ตามลำดับ เมื่อพิจารณาเป็นรายข้อ พบว่า นักเรียนมีความพึงพอใจมากที่สุดคือ มีโอกาสแสดงความคิดเห็นมากขึ้น (\bar{X} =4.88) รองลงมาคือ ได้คิด วิเคราะห์ วิจัยอย่างมีเหตุผล มีความรับผิดชอบและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ (\bar{X} =4.76)

สุภาภรณ์ ใจสุข (2555) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนโดยบูรณาการแนวคิดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานและแนวคิดการเรียนรู้ร่วมกันเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา การสื่อสาร และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดตรนิราม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสุราษฎร์ธานี เขต 2 จำนวน 2 ห้อง ห้องเรียนละ 24 คน โดยแบ่งเป็นห้องทดลองและห้องควบคุม ระยะเวลาดำเนินการทดลอง 38 ชั่วโมง เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้นและแผนปกติ คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา การสื่อสาร และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า

1) รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น มีองค์ประกอบสำคัญ 4 ประการ ได้แก่ หลักการ, วัตถุประสงค์, ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนตามรูปแบบ, การวัดและประเมินผล การเรียนรู้ โดยมีขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนตามรูปแบบ 4 ขั้น คือ (1)ขั้นกระตุ้นความ

สนใจด้วยการเผชิญปัญหาที่ท้าทาย (2) ขั้นลงมือปฏิบัติอย่างกระตือรือร้นเพื่อสืบค้นความรู้ (3) ขั้นร่วมกันตรวจสอบความรู้คู่มติกลุ่ม (4) ขั้นนำไปประยุกต์

2) รูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพ สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา การสื่อสาร และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

(1) ความสามารถในการแก้ปัญหา การสื่อสาร และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ

.05

(2) ความสามารถในการแก้ปัญหา การสื่อสาร และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

(3) ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา การสื่อสาร และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อย่างชัดเจน นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมไปอย่างสม่ำเสมอและค่อยๆ ดีขึ้นตามลำดับ โดยสามารถแก้ปัญหา สื่อสาร และเชื่อมโยงความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้มากขึ้น

กัลยา พันปี (2551) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปา (CIPPA Model) และ รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ (4 MAT) โดยใช้กลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 70 คน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ 1 จัดการเรียนรูปแบบซิปปา จำนวน 35 คน และแบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ 2 จัดการเรียนรูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ จำนวน 35 คน ใช้เวลาในการทดลอง 2 ชั่วโมง พบว่า

1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่จัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปากับกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มที่จัดการเรียนรูปแบบซิปปา มีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่จัดการเรียนรูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้

2) ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของของนักเรียนกลุ่มทดลองที่จัดการเรียนรูปแบบซิปปากับกลุ่มที่จัดการเรียนรูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มที่จัดการเรียนรูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้มีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่จัดการเรียนรูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้

มณฑา หิรัญบุญ (2549) ได้ศึกษาผลของกสนใช้เทคนิคผังกราฟิกในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น

ประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา จำนวน 77 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก จำนวน 38 คน และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแก้โจทย์ปัญหาแบบปกติ จำนวน 39 คน พบว่า

1) หลังการทดลอง นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม มีค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และงานวิจัยเกี่ยวกับ วิธีการสอน รูปแบบการจัดกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จึงสรุปได้ว่า

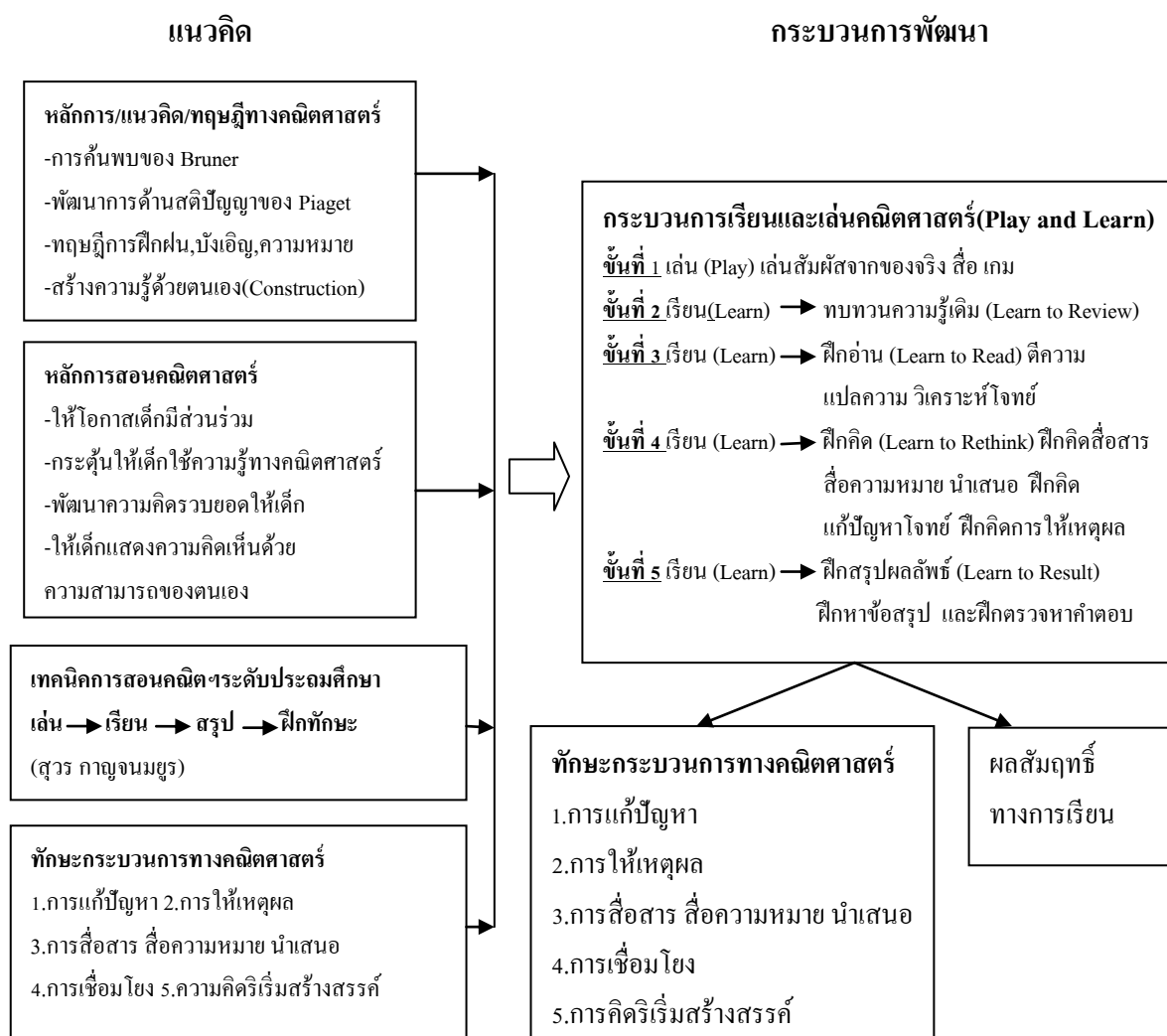
1) การพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และยกผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ครูผู้สอนต้องศึกษาเนื้อหา บทเรียนทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำวิเคราะห์การจัดการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน และเตรียมยุทธวิธีการจัดการเรียนการสอน

2) ยุทธวิธีการสอนต่างๆ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษา ส่วนใหญ่ต้องเน้นใช้ของจริง เกม รูปภาพ สื่อต่างๆ เพื่อพัฒนานักเรียน

3) การจัดรูปแบบ วิธีการสอน และกระบวนการสอนทางคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนต้องศึกษาทฤษฎี แนวคิด หลักการ และนำมาพัฒนากระบวนการสอนให้สัมพันธ์กับบริบทของเนื้อหา และสภาพตัวผู้เรียน

กรอบแนวคิดในการพัฒนา

จากผลการศึกษาแนวคิด หลักการ ทฤษฎีการเรียนรู้ เทคนิค วิธีการ รูปแบบ กระบวนการจัดการเรียนการสอน และศึกษาผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อมุ่งเน้นการพัฒนาความสามารถด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านโจะโหวะ จึงสรุปเป็นกรอบแนวคิดในการพัฒนา ดังภาพ 4



ภาพ 4 กรอบแนวคิดการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

โรงเรียนบ้านโจะโหวะ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาเพชรบูรณ์ เขต 2